فصل اول

چگونگی حل مسائل و الگوریتم

www.ketabz.com

www.ketabz.com

این فصل با بررسی روشهای حل یک مسئله و مفهوم الگوریتم از دیدگاههای مختلف آغاز می شود . این بررسی و به دنبال آن مهارتی که در الگوریتم سازی کسب می‌کنید ، کمک مؤثری در برنامه نویسی به شما خواهد کرد. مفهوم الگوریتم نویسی برای حل یک مسئله مطالب جدیدی برای خوانندگان به شمار می رود و عموماً در ابتدا مشکل بنظر می‌رسد ولی اطمینا ن داشته باشید که با مطالعه دقیق این فصل و حل تمرینات مربوط به آن ، تا حدودی با نوشتن الگوریتم های ساده آشنا خواهید شد.

اهداف کلی :

۱- آشنایی با چگونگی حل یک مسئله اعم از روش، استراتژی، تعمیم و ...
۲- آشنایی با مفهوم الگوریتم و الگوریتم سازی.
۳- کسب مهارت در نوشتن الگوریتم.

هدفهای رفتاری:

دانشجو پس از مطالعه این فصل باید بتواند :
۱- مراحل مختلف حل یک مسئله را به‌طورکامل تشریح کند.
۲- برای حل یک مسئله راه حل های مختلفی را به‌طور دقیق مشخص کند.
۳- مفهوم الگوریتم را یادگرفته و تعریف دقیقی از ان ارایه دهد.
۴- مفهوم برداشت یگانه در مورد یک دستورالعمل را توضیح دهد.
۵- برای بعضی از مسائل روزمره الگوریتم بنویسد.
۶- منظور از مجری الگوریتم را بیان کند.
۷- برای بیان مسائل مختلف الگوریتم نوشته و آنها را آزمایش نماید.

چگونگی حل مسائل :

عموماً برای حل مسائل نمی‌توان یک راه حل کلی و عمومی ارایه داد. یعنی برای حل هر مسئله باید از شیوه ها و رهیافتهای خاصی استفاده کرد که انتخاب شیوه های مناسب برای حل مسئله بستگی به ابتکار ، خلاقیت و تجربه هرشخص دارد.
به طور کلی پیرامون اتخاذ روشهای مناسب جهت حل مسائل سه عامل مهم زیر را می‌توان در نظر گرفت:
۱- شناخت دقیق مسئله

www.ketabz.com

۲- طرح نقشهٔ حل مسئله

۳- آنالیز(تحلیل) کردن مسئله

۱- شناخت مسئله :

در برخورد اولیه بایک مسئله بایستی تمام عوامل زیر را با دقت مورد بررسی قرار داد:

۱-۱- داده‌ها : در یک مسئله منظور از داده‌ها ، فرض‌ها و نیز نتایجی است که باید از داده‌ها حاصل شود.

۱-۲- مجهولها : منظور از مجهولها مقادیری هست که مسئله در جستجوی آن می‌باشد.

۱-۳- ارتباط بین داده‌ها و مجهولها : منظور از ارتباط ، رابطهٔ منطقی است که توسط آن می‌توان از داده‌ها به مجهولات دست یافت که دراین میان از ابزارهای ریاضی می‌توان استفاده نمود.

اکنون با ذکر یک مثال عوامل فوق توضیح داده می‌شوند.

مثال۱) فرض کنید می‌خواهیم میانگین دو عدد ۱۰ و ۲۰ را محاسبه کنیم.

الف) داده‌ها : دو عدد ۱۰ و ۲۰ .

ب) مجهول : میانگین دو عدد ۱۰ و ۲۰ .

ج) ارتباط بین داده‌ها و مجهول : فرمول میانگین دو عدد یعنی مجموع آنها تقسیم بر۲ .

۲- طرح نقشهٔ حل مسئله : (ارایهٔ راه حل)

پس از شناختن مسئله باید برای حل آن (بدست آوردن مجهولات) نقشه ای طرح کرد. به طور کلی انسان برای حل مسائل به دو صورت منطقی و غیرمنطقی (الگوریتمی و غیرالگوریتمی)عمل می کند.

در روش غیرمنطقی برای حل مسائل از تفکر جانبی استفاده می شود که در قسمت بعد تعریف آن ارایه شده است.

تفکر جانبی: نمونه ای تفکر است که از مجموعه راه حل‌های موجود، ساده ترین روش را با شیوه ای نامتعارف بر می‌گزیند .

در روش منطقی از شیوه الگوریتمی استفاده می شود قبل از بیان کامل این روش که یکی از قوی ترین روشهای حل مسئله می‌باشد ابتدا به حل یک مثال به دوروش منطقی و غیرمنطقی می پردازیم :

مثال ۲) ۲۰ شطرنج باز در یک دوره مسابقات یک حذفی (در هر بازی نفر بازنده از دور مسابقات حذف می شود .) شرکت دارند . معین کنید در این دوره از مسابقات چند بازی انجام گرفته است؟

مراحل زیر را برای حل این مسئله بکار می بریم :

شناخت مسئله :

www.ketabz.com

داده‌ها : ۲۰ شطرنج باز و یک حذفی بودن مسابقات

مجهول : تعداد بازیهای انجام شده

ارتباط بین داده‌ها و مجهول : ارایه راه حل، این ارتباط را مشخص می‌کند .

حل به روش غیر منطقی : چون هر بازی شطرنج فقط یک برنده دارد و جمعا ۲۰ نفر شرکت داشته‌اند و یک نفر برنده و یک نفر بازنده شده‌اند پس نتیجه می گیریم که جمعاً ۱۹ بازی انجام گرفته است.

حل به روش منطقی : در روش منطقی می‌توان تعداد بازیها را به فرم زیر بدست آورد : ابتدا ۱۰ بازی صورت می‌گیرد ، سپس ۵ بازی و ...

جمع کل بازیهای انجام شده : ۱۹ = ۱ +۱+ ۲ + ۵ +۱۰ → ۱و ۱ و ۲ و ۵ و ۱۰

۳- تحلیل راه حل مسئله :

منظور از تحلیل کردن راه حل مسئله عموماً بررسی و تجزیه راه حل و درنهایت تعمیم دادن آن است. توضیح بیشتر در مورد این قسمت را به بعد مو کول می کنیم.

مسئلهٔ مهمی که در مورد حل مسئله قابل بیان می‌باشد، این است که شناخت و پیدا کردن راه حل مناسب به دلیل پیچیدگی و یا بزرگ بودن و یا ... ، به سادگی امکان پذیر نیست. به همین دلیل توصیه می‌کنیم مسئله را به شکل زیر به قسمتهای کوچکتری تجزیه کنید :

الف) در بالاترین سطح یا سطح اول، صورت مسئله را قرار دهید.

ب) در سطح میانی یا سطح دوم، مسئله را به چند زیر مسئله ساده تجزیه کنید.

ج) در سطح آخر یا سطح سوم هر کدام از زیر مسئله‌ها را تک تک بررسی و درصورت پیچیده بودن به زیر مسئله های ساده تر تجزیه کنید و این عمل را آنقدر ادامه دهید تا دیگر نیازی به تقسیم کردن نباشد.

د) هر کدام از زیر مسئله‌ها را حل کرده و با بهم پیوستن راه حل ها، مسئلهٔ اصلی را حل کنید.

الگوریتم(Algorithm)

توضیح تاریخی الگوریتم : به احترام ریاضیدان بزرگ ایرانی ابوموسی خوارزمی و روشی که او در حل مسائل به شیوه منطقی به کار برده این روش را الخوارزمی می‌نامیدند که بعد از معرب شد ن این واژه بصورت الگوریتم بکاربرده شده است.

تعریف الگوریتم : به مجموعه ای از یک یا چند دستور العمل که اجرای آنها با ترتیب تعیین شده منجر به انجام یک کار به ویژه حل یک مسئله گردد، الگوریتم گفته می شود.

به عبارت دیگر مجموعه ای از دستورالعملها که با یک ترتیب معین و خاص و همچنین مرحله به مرحله انجام شده و موجب حل مسئله‌ای می‌گردند، الگوریتم گفته می شود.

www.ketabz.com

بنابر این ویژگیهای یک الگوریتم عبارتند از :

۱- تعداد دستور العمل‌ها مشخص باشد.

۲- ابتدا و انتها داشته باشد (از مرحله‌ای شروع و به مرحله‌ای ختم گردد).

۳- هریک از دستورالعملهای آن عاری از هرگونه ابهام و پیچیدگی باشد(برداشتهای متفاوتی از دستورالعملهای آن نتیجه نشود) .

۴- هریک از دستورالعمل‌ها قابل فهم و قابل اجرا باشند.

۵- از اجرای همهٔ آنها به هدف خاص و معینی برسیم .

تعریف دقیق الگوریتم : به مجموعه ای از دستورالعمل‌ها که مراحل مختلف کاری (حل یک مسئله) را به زبان دقیق و با جزئیات کافی بیان کرده و در آن ترتیب مراحل و خاتمه پذیر بودن عملیات کاملا مشخص باشد، الگوریتم گفته می شود.

منظور از زبان دقیق این است که از یک دستور العمل برداشتهای متفاوتی نتیجه گرفته نشده و یا سؤال برانگیز نباشد. پس ویژگی برداشت یگانه در مورد دستورات یک الگوریتم امری ضروری است.

جزئیات کافی : از انجائیکه دستورات الگوریتم را عموماً ماشین اجرا می‌کند ، لذا باید دستورات را با تمامی جزئیات در اختیار ماشین قرار دهیم، بنابراین هرکدام از دستورات بایستی کامل باشند.

ترتیب مراحل : باید ترتیب اجرای دستورالعمل‌ها به طور کامل مشخص شود به همین دلیل برای هریک از آنها شماره‌ای را در نظر می‌گیریم .

خاتمه پذیر بودن : بدین معنی که باید مشخص کنیم که الگوریتم چه زمانی یا تحت چه شرایطی خاتمه پذیرفته و اجرای آن متوقف می‌شود.

نکته مهمی که از تعریف فوق نتیجه می شود این است که الگوریتم های نوشته شده می‌توانند توسط انسان یا ماشین اجرا شوند و منظور از اجرای یک الگوریتم یعنی اجرای کلیه دستورالعمل‌ها و دنبال کردن آنها ، برای اخذ نتیجه مطلوب است . به‌همین دلیل برای الگوریتم یک مجری در نظر گرفته و آنرا مجری الگوریتم می‌نامیم. اگر مجری ماشین باشد عموماً به آن کامپیوتر می‌گویند .

به همین دلیل مجدداً تعریف دیگری از الگوریتم را می‌آوریم که به آن از دیدگاه یک ماشین توجه شده است که آن ماشین لزوماً کامپیوتر نیست، بلکه ماشینی کاملا فرضی است که اعمال محدودی را می‌تواند انجام دهد.

تعریف الگوریتم از دیدگاه ماشین :

الگوریتم، یک ماشین ساده است که قابلیتهای زیررا دارد:

۱- دریافت یک یا چند داده به‌عنوان ورودی.

۲- ارسال یک یا چند مقدار به‌عنوان خروجی.

www.ketabz.com

۳- انجام عملیات مقایسه بین دو دادهٔ دلخواه.

۴- ذخیرهٔ داده‌ها و اطلاعات در قسمتی از ماشین.

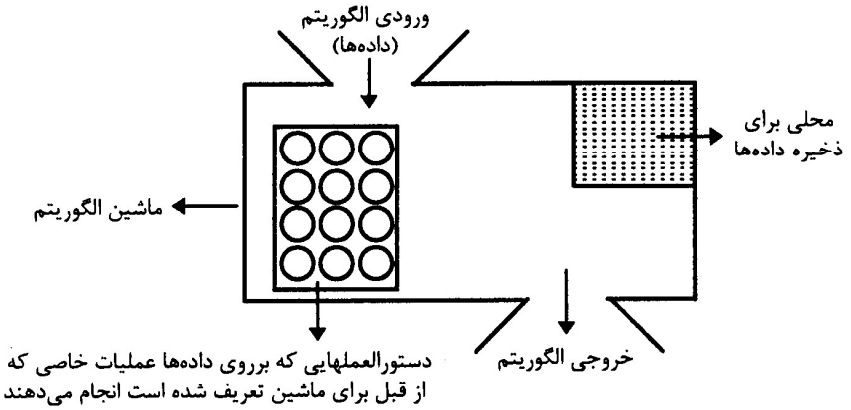
۵- انجام اعمال ریاضی خاص (از قبیل جمع، تفریق، ضرب، تقسیم و ...)روی داده‌ها.

توجه : بین دو دادهٔ عددی همواره یکی از سه حالت زیر برقرار است:

برای دو داده $a<b$ یا $a>b$ یا $a=b$

برای یک داده $a<0$ یا $a>0$ یا $a=0$

که با توجه به تعریف فوق می‌توانیم شکل زیر را برای ماشین الگوریتم در نظر بگیریم :



توضیح : در مورد هر مسئله‌ای شیوهٔ منطقی در حل کردن آن ، الگوریتمیک فکر کردن درباره آن مسئله است . یعنی ابداع روشی برای حل آن مسئله بوسیله ماشین به شیوه مرحله به مرحله ، که برای رسیدن به این هدف از روش ها و روندهای مختلف در ریاضیات که ابزار بسیار قوی در حل مسائل می‌باشند، استفاده می‌کنیم .

برای فهم دقیق یک مسئله باید از قواعدی که در قسمت های قبل توضیح داده شده است ، استفاده کنید یعنی برای مسئله مدل ریاضی خاصی ایجاد و آن را در قالب یک فرمول ریاضی بیان کنید. به همین منظور بعضی از مطالب ریاضی مورد استفاده در این فصل را به عنوان یاد آوری ذکر می‌شوند .

مجموعهٔ اعداد طبیعی :

یک مجموعه نامحدود است که از عدد ۱ شروع شده و تا بی نهایت ادامه دارد و اختلاف هر عدد از عدد قبل، یک است. و آن را با نماد N نمایش می دهیم .

$N=\{ 1 , 2 , 3 , ... \}$

www.ketabz.com

مجموعهٔ اعداد صحیح :

این مجموعه از دو طرف نامحدود است که کلیهٔ اعداد طبیعی و عدد صفر و نیز قرینـه آنهـا را شامل می شود و آن را با نماد Z نمایش می‌دهیم .

$Z = \{0 , \pm1 , \pm2 , ... \}$ **یا** $Z = \{ ... , -1 , 0 , +1 , ... \}$

مجموعهٔ اعداد گویا :

این مجموعه نیز نامحدود بوده و شامل تمام اعـداد کسـری کـه صـورت و مخرجشـان اعـداد صحیح و مخرج مخالف صفر داشته باشند، می‌باشد و آن را با نماد Q نمایش می‌دهیم .

$Q = \{\frac{a}{b} | \ b \neq 0 , Z$ متعلق به $b,a \}$

مجموعه اعداد حقیقی :

این مجموعه نیز مجموعه‌ای نامحدود بوده و شامل اعداد طبیعی، اعداد صحیح، اعـداد گویـا و همچنین اعداد گنگ (مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ و ...) بوده و نماد آن R می‌باشد.

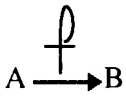
تعریف تابع

فرض کنید A و B دو مجموعه باشند. هر رابطه ای که اعضـاء مجموعـهٔ A را بـه مجموعـهٔ B مربوط کند تابعی از A به B نامیده می شود ، به شرط آنکه به ازاء هر عضو از مجموعهٔ A فقط یک عضو از مجموعهٔ B وجود داشته باشد.

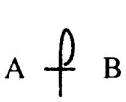
برای نمایش یک تابع از نمادهای زیر استفاده می شود.

$f : A \rightarrow B$

یا



یا



تابع جزء صحیح :

جزء صحیح نیز تابعی است از مجموعهٔ اعداد حقیقی به مجموعهٔ اعداد صحیح به طوریکـه بـه هر عدد حقیقی ، بزرگترین عدد صحیح کوچکتراز آن را مربوط می کند .

$f : R \rightarrow Z$

$f(x) = [x]$

اگر بخواهیم جزء صحیح یک عدد را تعریف کنیم آنرا بصورت زیر می نویسم .

تعریف : فرض کنید x یک عدد حقیقی بوده و بتوان آن را به شکل زیر نوشت :

$x = n + p$

که در این رابطه داریم $\begin{cases} n \text{ صحیح متعلق به } z \\ 0 \leq p < 1 \end{cases}$

www.ketabz.com

آنگاه n را جزء صحیح عدد حقیقی x می گوئیم و آنرا با نماد INT (x) یا [x] نمایش می دهیم.

برای مثال :

الف) [2.3]=2

زیرا می‌توان 2.3 را بصورت زیر نوشت :

$2.3 = 2 + 0.3 \rightarrow [2.3] = 2$

بین صفر و یک — متعلق به Z

ب) [2] = 2

زیرا می‌توان ۲ را بصورت زیر نوشت :

$2 = 2 + 0 \rightarrow [2] = 2$

بین صفر و یک — متعلق به Z

پس جزء صحیح اعداد صحیح مساوی خود عدد است .

ج) [-1] = -1

زیرا 1- را می‌توان بصورت زیر نوشت :

$-1 = -1 + 0 \rightarrow [-1] = -1$

بین صفر و یک — متعلق به Z

د) : [-1.3] = -2

زیرا می‌توان 1.3- را به شکل زیر نوشت :

$-1.3 = -2 + 0.7 \rightarrow [-1.3] = -2$

توجه : جزء صحیح اعداد منفی یک واحد کمتر از خود عدد می‌باشد. به عبارت دیگر برای تمام اعداد ، جزء صحیح یک عدد از خود عدد کوچکتر یا مساوی آن است .

توضیحی درباره تقسیم :

قبلاً با مفهوم تقسیم و عوامل آن یعنی مقسوم، مقسوم‌علیه، خارج قسمت و باقیمانده آشنا شده‌اید و برای پیداکردن هرکدام از قاعدهٔ مشخصی استفاده می‌کرده‌اید، در اینجا همین مطلب را به روش دیگری بیان‌کرده و طریقهٔ محاسبهٔ خارج قسمت و باقیمانده را برحسب مقسوم و مقسوم‌علیه بدست می‌آوریم، البته تقسیم را در Z یعنی مجموعهٔ اعداد صحیح بررسی می‌کنیم .

www.ketabz.com

تعریف تقسیم : فرض کنید a و b متعلق به مجموعهٔ اعداد صحیح باشند ($b \neq 0$) ، تقسیم a بر b را به‌صورت زیر تعریف می کنیم .

که در این رابطه :
- a مقسوم
- b مقسوم‌علیه
- q خارج قسمت
- R باقیمانده
- که نماد ∈ بمعنای تعلق داشتن است

$R,q,b,a \in Z$

$$\begin{array}{r|l} a & b \\ \hline -bq & q \\ \hline R & \end{array}$$

زمانی تقسیم پایان یافته است که باقیمانده مساوی صفریا از مقسوم‌علیه کوچکتر باشد. پس اگر تقسیم تمام شده باشد، همواره $R<b$ است .

همچنین برای امتحان درستی عمل تقسیم باید رابطهٔ زیر برقرار باشد :

$$a = b \cdot q + R \qquad (1)$$

برای بدست آوردن خارج قسمت و باقیمانده از رابطهٔ (2) استفاده می‌کنیم :

$$R = a - b \cdot q \qquad (2)$$

طرفین را بر b که مخالف صفر است تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{R}{b} = \frac{a-b.q}{b} \Rightarrow \frac{R}{b} = \frac{a}{b} - \frac{b.q}{b} \Rightarrow \frac{R}{b} = \frac{a}{b} - q \qquad (3)$$

ازطرفین رابطه (3) جزء صحیح می‌گیریم .

$$[\frac{R}{b}]=[\frac{a}{b}-q] \qquad (4)$$

چون q صحیح است، از داخل جزء صحیح بیرون می‌آید.

$$[\frac{R}{b}] = [\frac{a}{b}] - q \qquad (5)$$

وچون $R<b$ است لذا $0 < \frac{R}{b} < 1$ ، همچنین جزء صحیح اعداد بین صفر و یک همواره مساوی صفر است پس خواهیم داشت :

$$0 = [\frac{a}{b}] - q \rightarrow q = [\frac{a}{b}] \qquad (6)$$

اگر در رابطهٔ (2) بجای q مقدار مساوی آنرا از فرمول (6) قراردهید، مشاهده می‌کنید که :

$$R = a - b[\frac{a}{b}] \qquad (7)$$

بنابراین رابطه (6) و (7) فرمول محاسبهٔ خارج قسمت و باقیمانده را برحسب مقسوم و مقسوم‌علیه بیان می کنند.

حال چند مثال را در رابطه با تقسیم حل می‌کنیم :

۱) باقیمانده و خارج قسمت تقسیم ۱۵ بر ۴ را حساب کنید .

www.ketabz.com

$$q = [\frac{15}{4}] = [3.75] = 3$$

به طریق دستی اگر عمل کنیم داریم که $R = 15 - 4 \times [\frac{15}{4}] = 15 - 4 \times 3 = 15 - 12 = 3$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ \hline -12 & 3 \\ \hline 3 & \end{array}$$

3 ← باقیمانده

3 ← خارج قسمت

که حاصل ازنتایج بدست آمده در بالا برابراست .

۲) باقیمانده و خارج قسمت تقسیم ۲ بر ۳ را حساب کنید.

$$q = [\frac{2}{3}] = [0.\overline{6}] = 0$$

$$R = 2 - 3 \times [\frac{2}{3}] = 2 - 3 \times 0 = 2 - 0 = 2$$

به طریقه دستی خواهیم داشت :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 2 & \end{array}$$

2 ← باقیمانده

0 ← خارج قسمت

۳) باقیمانده و خارج قسمت تقسیم ۱ بر ۲ را بدست آورید .

$$q = [\frac{1}{2}] = [0.5] = 0$$

$$R = 1 - 2 \times [\frac{1}{2}] = 1 - 2 \times 0 = 1 - 0 = 1$$

به طریقهٔ دستی خواهیم داشت :

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \hline 0 & 0 \\ \hline 1 & \end{array}$$

1 ← باقیمانده

0 ← خارج قسمت

تذکر : همواره باید توجه داشت که این تقسیم‌ها در Z انجام می‌شود نه در R (مجموعهٔ اعـداد حقیقـی) که عموماً حاصل تقسیم ۱ بر ۲ را ۰/۵ می‌نویسند که غلط است چونکه اصلاً ۰/۵ در Z وجود ندارد.

www.ketabz.com

تعریف بخش پذیری : فرض کنیم a و b دو عدد متعلق به Z باشند و($b \neq 0$) ، a را بر b بخش پذیر گوییم، هرگاه باقیمانده تقسیم a بر b مساوی صفر شود یا :

$$a \text{ بر } b \text{ بخش پذیر است .} \Leftrightarrow (\frac{a}{b} = [\frac{a}{b}])$$

توجه : اگر عدد a را بر b تقسیم کنیم ($b \neq 0$) ، در این صورت باقیماندهٔ این تقسیم یکی از اعداد زیر است :

(0) یا (1) یا (2) ... یا (b-1)

تا این مرحله الگوریتم را از دیدگاه‌های مختلف بررسی کردیم حال به شما توصیه می‌کنیم در علم الگوریتم نویسی نکات زیر رعایت فرمایید .

الف) در ابتدای هر الگوریتم کلمهٔ شروع و در انتهای آن کلمهٔ پایان قرار دهید .

ب) حتما برای هر یک از دستورالعمل‌ها حتماً شماره‌ای در نظر بگیرید .

ج) در علم الگوریتم نویسی ، برای محاسبه یک عبارت ریاضی یا انجام عملیات روی چند داده، حتما مکانی برای ذخیره داده‌ها و نتایج حاصله در نظر بگیرید .

د) برای قراردادن مقداری در یک خانه یا یک مکان از حافظه ماشین فرضی الگوریتم از علامت (←) استفاده کنید .

مثال : مفهوم هر یک از عبارات زیر را برای ماشین الگوریتم بنویسید :

1) A ← 2

این عبارت بدین مفهوم است که خانه ای را به اسم A در نظر بگرید و مقدار عددی ۲ را در آن ذخیره کند.

2) B ← 2*3-5

این عبارت بدین معنی است که ابتدا ۲ را در ۳ ضرب کن و سپس ۵ را از حاصل آن کم کرده و در خانهٔ B قراربده.

3) C ← B+1

این عبارت به این معناست که به مقدار خانهB یک واحد اضافه کن و حاصل را در خانه ای به اسم C ذخیره کن .

4) I← I+1

این عبارت بدین مفهوم است که به مقدار قبلی خانه I یک واحد اضافه کن و سپس مقدار نهایی را دوباره در خانهٔ I ذخیره کن .

www.ketabz.com

بحث را با ذکر مثالی ادامه می‌دهیم.

مثال ۱) الگوریتمی بنویسید که سه عدد ۲، ۳، ۵ را در سه خانه Aو B وC ذخیره کرده و سپس میانگین آنها را محاسبه و چاپ نماید.

با توجه به مطالبی که درباره چگونگی حل یک مسئله بیان کردیم نتایج زیر را داریم :

الف) شناخت مسئله : داده‌های مسئله اعداد ۲و ۳و۵ هستند و نتیجهٔ حاصل از آنها میانگین سه عدد است.

ب) طرح نقشهٔ مسئله : فرمول محاسبهٔ میانگین سه عدد :

$$\text{میانگین سه عدد} = \frac{\text{مجموع سه عدد}}{۳}$$

باتوجه به توضیحات بالا الگوریتم مسئله بصورت زیر است :

۱- شروع

۲- عدد ۲ را در خانهٔ A قرار بده .

۳- عدد ۳ را درخانهٔ B قرار بده .

۴- عدد ۵ را در خانهٔ C قرار بده .

۵- خانه‌های A و B و C را باهم جمع کن و حاصل را در خانه S قرار بده .

۶- مقدار خانه S را بر ۳ تقسیم کن و در AVE قرار بده .

۷- مقدار خانه AVE را بنویس.

۸-پایان.

عموما برای ساده تر شدن الگوریتم و قابل فهم تر بودن آن از فرم نوشتاری در ریاضیات برای دستورالعملها ، بجای فرم فارسی استفاده می‌کنیم . به‌عنوان نمونه اگر الگوریتم مثال ۱ را بخواهیم بفرم ریاضی بنویسیم، داریم:

۱- شروع

۲- $A \leftarrow 2$

۳- $A \leftarrow 3$

۴- $C \leftarrow 5$

۵- $S \leftarrow C+B+A$

۶- $AVE \leftarrow \frac{S}{3}$

۷- AVE را بنویس.

۸- پایان .

اگر بخواهیم راه حل این مسئله را تعمیم دهیم به طوریکه برای سه عدد دلخواه عمل میانگین راانجام دهد ان را به شکل زیر می نویسیم:

www.ketabz.com

مثال ۲)

۱- شروع .

۲- سه عدد را به عنوان ورودی بگیر

۳- حاصل جمع سه عدد را در S قرار بده

۴- S را بر ۳ تقسیم کن و در AVE قرار بده

۵- AVE را بنویس

۶- پایان .

فرم ساده شده ←

۱- شروع

۲- Aو B و C را بگیر .

۳- $S \leftarrow A+B+C$

۴- $AVE \leftarrow \frac{S}{3}$

۵- AVE را بنویس.

۶- پایان.

برای اینکه همواره مراحل مختلف اجرای یک الگوریتم را بهتر درک کنید، آنرا بطریقه دستی اجرا کنید.برای این منظور به هریک از متغیرها مقداری داده و برای خروجی نیز محلی را در نظر گرفته و با توجه به روند الگوریتم آنرا اجرا کنید.

اجرای دستی الگوریتم مثال ۱ بصورت زیر است :

A	B	C	S	AVE	چاپ
2	3	5	10	$\frac{10}{3}$	$\frac{10}{3}$

برای مثال ۲ نیز:

A	B	C	S	AVE	چاپ
4	6	2	12	$\frac{12}{3}$	4

دلیل اجرای دستی الگوریتم بررسی صحت درستی آن می‌باشد. درادامه، الگوریتم‌ها را بفرم خلاصه شده نوشته و سعی می‌کنیم اسامی متغیرها را طوری انتخاب کنیم که تناسبی با راه حل مسئله و مقداری که قرار است در آن ذخیره شود، داشته باشند .

توجه : تساوی در ریاضیات به‌مفهوم برابر بودن دو مقدار است اما در کامپیوتر به‌مفهوم جایگزینی است به‌همین دلیل از علامت ← برای جایگزینی استفاده می‌کنیم. نکته دیگری که حائز اهمیت است، اسامی خانه‌ها یا متغیرهایی است که داده‌ها یا نتایج محاسبات در آنها ذخیره می‌شوند. این اسامی باید ترکیبی از حروف و ارقام بوده و حتماً اولین کاراکتر آن یکی از حروف الفباء باشد و از کاراکترهای خاص مثل (+ ، - ، × ، ÷ ، ؟ ، ! و ... برای نامگذاری استفاده نکنید.

مثلا اگر بخواهیم مقدار ۵ را در خانه I ذخیره کنیم حتماً باید بنویسید :

I←5

چراکه اگر برعکس آن یعنی I←5 را بنویسید بدین مفهوم است که مقدار I را در خانه‌ای بنام 5 قرار بده که نادرست است. بدلیل اینکه 5 نام آن خانه است که با توجه به قواعد گفته شده نادرست می‌باشد.

www.ketabz.com

ویا $4ac - b^2 \leftarrow D$ که درست بوده ولی برعکس آن یعنی $D \leftarrow 4ac - b^2$ نادرست می‌باشد چرا که $4ac - b^2$ نام خانه می‌باشد که با توجه به قواعد گفته شده نادرست می‌باشد.

مثال۳) حقوق کارگری A ریال است و هر ماه ۱۰٪ از حقوق وی بابت بیمه و ۵٪ آن بابت حق مسکن کسر می‌گردد. الگوریتمی بنویسید که حقوق یک کارگر را به‌عنوان ورودی دریافت کرده و حقوق خالص وی را با کسر بیمه و حق مسکن محاسبه و چاپ نماید .

۱-شروع

۲-A را بگیر.

۳- $B \leftarrow \frac{10A}{100}$

۴- $M \leftarrow \frac{5A}{100}$

۵- $S \leftarrow M+B$

۶- $H \leftarrow A-S$

۷-H را بنویس.

۸- پایان.

B مقدار بیمه

M مقدار حق مسکن

H مقدار حقوق خالص

اجرای آن :

A	B	M	S	H	چاپ
10000	1000	500	1500	8500	8500

۸۵۰۰ ریال حقوق خالص است.

مثال ۴) الگوریتمی بنویسید که زمان T بر حسب ثانیه را به‌عنوان ورودی دریافت نموده و معین کند که چند ساعت، چند دقیقه و چند ثانیه است. با فرض اینکه هرساعت ۶۰ دقیقه و هر دقیقه ۶۰ ثانیه است.

حل :

برای بدست آوردن ساعت ابتدا T را بر ۳۶۰۰ تقسیم کرده و جزء صحیح آنرا بدست می آوریم که معرف ساعت است، سپس این مقدار را در ۳۶۰۰ ضرب کرده از T کم کرده و حاصل را بر ۶۰ تقسیم و جزء صحیح آنرا بدست می‌آوریم که معرف دقیقه است و این عمل را برای ثانیه نیز انجام می دهیم .

با توجه به توضیحات بالا الگوریتم مسئله بصورت زیر می‌باشد.

۱- شروع .

۲- T را بگیر .

۳- $H \leftarrow [\frac{T}{3600}]$

۴- H را بنویس .

H : ساعت

M : دقیقه

S : ثانیه

www.ketabz.com

۵- $R \leftarrow T-3600\times H$

۶- $M \leftarrow [\frac{R}{60}]$

۷- M را بنویس.

۸- $S \leftarrow R-60\times M$

۹- S را بنویس .

۱۰- پایان.

اجرای دستی آن :

T	H	R	M	S
4210	1	610	10	10

چاپ	
ساعت	1
دقیقه	10
ثانیه	10

انواع جملات

در الگوریتم نویسی جملات به چهار نوع تقسیم می‌شوند :

۱- جملات شرطی

۲- جملات محاسباتی

۳- جملات توضیحی

۴- جملات مربوط به ورودی و خروجی Input/Output (I/O)

جملات شرطی

این جملا ت به دو دسته تقسیم می‌شوند :

شرطی نوع ساده : فرم کلی این جملات به صورت زیر است :

IF < یک یا چند شرط > THEN < یک یا چند دستور >

در این گونه جملات شرطی، اگر شرط بعد از IF درست باشد دستورات مقابل THEN را اجرا و به خط بعد منتقل می‌شود. اما اگر شرط نادرست باشد دستورات جلوی THEN را انجام نداده و مستقیماً به خط بعد می‌رود.

تذکر: دستورات الگوریتم به ترتیب نوشتن آنها اجرا می‌شوند ولی ما می‌توانیم ترتیب اجرای دستورات را از خطی به خط دیگر انتقال دهیم . در دستورات شرطی اگر شرط ما درست باشد دستورات مقابل THEN اجرا شده و در این حالت می‌توانیم اجرای الگوریتم را به چند خط بالاتر و یا چند خط

www.ketabz.com

پائین‌تر ارجاع دهیم .

مثال ۵) الگوریتمی بنویسید که اعداد زوج دو رقمی را یکی یکی محاسبه و چاپ نماید.

۱- شروع
۲- I←10
۳- I را بنویس
۴- I←I+2
۵- اگر I <= 98 سپس برو به خط ۳
۶- پایان .

I	چاپ
~~10~~	10
~~12~~	12
~~14~~	14
:	.
.	.
.	.
~~98~~	98
100	

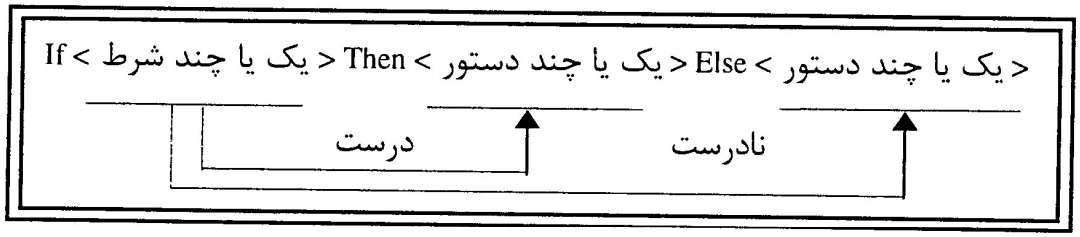
دراین مثال ملاحظه می شود که مقدار نهائی I برابر 100 می‌باشد.

مثال ۶) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی n رابه‌عنوان ورودی دریافت و اعداد فرد کوچکتر یا مساوی عدد n را یکی یکی محاسبه و چاپ نماید .

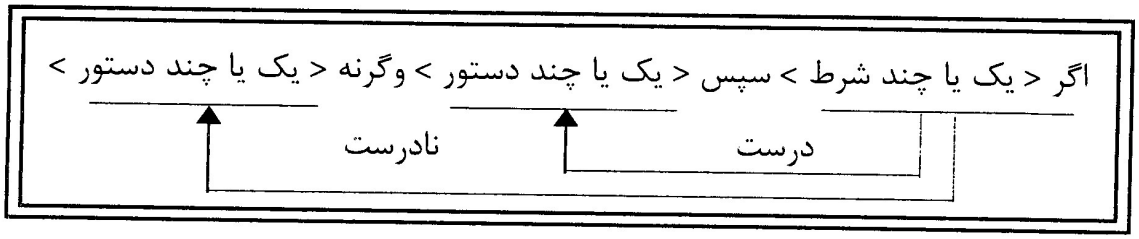
۱- شروع
۲- n را بگیر
۳- I←1
۴- I را بنویس
۵- I←I+2
۶- اگر I < = n سپس برو به خط ۴
۷- پایان .

n	I	چاپ
8	~~1~~	1
	~~3~~	3
	~~5~~	5
	~~7~~	7
	~~9~~	

شرطی نوع دوم : فرم کلی این جملات بصورت زیراست :



یا



تذکر : هرگاه بخواهیم دو دستورالعمل را در یک شماره بنویسیم بین دو دستورالعمل (و) قرار می دهیم .

www.ketabz.com

مثال ۷) الگوریتمی بنویسید که اعداد زوج بین 1000 و 2000 را یکی یکی تولید و چاپ نماید . در ضمن مجموع آنها را نیز چاپ کند.

۱- شروع

۲- I←1000 و S←0

۳- بنویس I و S←S+I

۴- I←I+2

۵- اگر I<=2000 سپس برو به ۳ وگرنه S رابنویس

۶-پایان

چاپ	S	I
1000	0	
	1000	~~1000~~
1002	3006	~~1002~~
1004	.	~~1004~~
.	.	.
.	.	.
.	.	.
2000.	750000	
750000		2002

توضیح : برای فهم این مثال بهتر ، آن را با یک مثال شهودی توضیح می‌دهیم .

فرض کنید یک جعبه محتوی سیب دارید و تعداد سیب‌های درون آن را نمی‌دانید. حال اگر بخواهید تعداد آنها را محاسبه کنید، ابتدا یک سبد خالی در نظرگرفته، سپس یکی یکی سیب ها را از جعبهٔ اصلی بیرون آورده و در جعبهٔ خالی قرار دهید. به‌عنوان مثال وقتی اولین سیب را بیرون می‌آورید ، هنوز محتویات سبد خالی هیچ یا صفر است. سپس وقتی که اولین سیب را درون سبد خالی قرار می‌دهید مانند این است که مقدار صفر (تعداد سیب‌های داخل سبد در ابتدا) را با یک (اولین سیب برداشته شده از جعبه) جمع‌کرده و دوباره در سبد قرار داده‌اید. برای دومی هم وقتی آن را از داخل جعبه بیرون آورده و داخل سبد قرار می‌دهید، مانند این است که یک را با دو جمع کرده (تعداد سیب-های داخل سبد به اضافهٔ سیب بیرون آورده شده از جعبه) و دوباره داخل سبد قرار داده و این عملیات را برای همهٔ سیبهای داخل جعبه ادامه دهید.

با این روش کلیهٔ سیب‌های داخل جعبه شمرده می‌شوند. به بیان دیگر سبد خالی فقط نقش یک شمارنده را در این مثال شهودی بازی می‌کند و هیچ نقش دیگری ندارد. در تذکر زیر مراحل منطقی این عمل را توضیح می دهیم.

تذکر : هر گاه بخواهیم مجموعی را محاسبه کنیم، ابتدا متغیری را در نظر می‌گیریم که مقدار اولیهٔ آن صفرباشد(مانند S)، سپس تک تک جملاتی را که قرار است در خانهٔ S ذخیره‌شوند را تولید و با مقدار قبلی S جمع و دوباره در خود S ذخیره می‌کنیم و این مراحل را تاپایان تولید جملاتی که قرار است تولید شوند ادامه می‌دهیم.

مثال۸) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید .

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{N}$$

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- S←0 و I←1

۴- $S \leftarrow S + \frac{1}{I}$

N	I	S	چاپ
7	~~1~~	~~0~~	2.29
	~~2~~	2.29	
	~~3~~	1.5	
	~~4~~	1.84	
	~~5~~	2.09	
	~~6~~	2.29	
	~~7~~		

www.ketabz.com

۳- $S \leftarrow 0$ و $I \leftarrow 1$

۴- $S \leftarrow S + \frac{1}{I}$

۵- $I \leftarrow I+1$

۶- اگر $I <= N$ سپس برو به خط ۴ وگرنه S را بنویس

۷- پایان .

مثال ۹) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی n را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید.

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n}$$

۱-شروع

۲- n را بگیر

۳- $S \leftarrow 0$ و $I \leftarrow 2$

۴- $S = S + \frac{1}{I}$

۵- $I \leftarrow I+2$

۶- اگر $I <= n$ سپس برو به خط ۴ وگرنه S را بنویس

۷-پایان

n	I	S	چاپ
8	~~2~~	~~0~~	1.045
	~~4~~	~~0.5~~	
	~~6~~	~~0.75~~	
	~~8~~	~~0.94~~	
	10	1.045	

مثال ۱۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی n را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید.

$$P = \frac{1}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^2} + \ldots + \frac{n}{3^n}$$

۱- شروع

۲- n را بگیر

۳- $I \leftarrow 1$ و $P \leftarrow 0$

۴- $p = p + \frac{I}{3^I}$

۵- $I \leftarrow I+1$

۶- اگر $I <= n$ سپس برو به خط ۴ وگرنه p رابنویس

۷-پایان

n	I	S	چاپ
4	~~1~~	~~0~~	0.7160
	~~2~~	~~0.34~~	
	~~3~~	~~0.56~~	
	~~4~~	~~0.67~~	
	5	0.7160	

مثال ۱۱) الگوریتمی بنویسید که ۳ عدد a ، b و c را دریافت و معین کند که با این سه عدد می‌توان یک مثلث ساخت یا خیر ؟

www.ketabz.com

فرض: شرط آنکه سه عدد a و b و c طول اضلاع مثلثی باشند، آنستکه بین a و b و c روابط زیر برقرار باشند

$$\left.\begin{array}{l} a <= b + c \\ b <= a + c \\ c <= a + b \end{array}\right\}$$

۱- شروع
۲- a و b و c را بگیر
۳- اگر a<=b+c بود برو به خط ۴ و گرنه برو به ۷
۴- اگر b<=a+c بود برو به خط ۵ و گرنه برو به ۷
۵- اگر c<=a+b بود برو به خط ۶ و گرنه برو به ۷
۶- بنویس می‌توان یک مثلث ساخت و برو به ۸
۷- بنویس نمی‌توان یک مثلث ساخت
۸- پایان

مثال ۱۲) الگوریتمی بنویسید که سه عدد a ، b و c که طول اضلاع مثلث هستند، را دریافت و معین کند که مثلث قائم الزاویه است یا خیر ؟

یکی از شرایط قائم الزاویه بودن اینست که برای اضلاع a و b و c یکی از سه شرط زیر برقرار باشد .

$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 \\ \quad \textbf{یا} \\ b^2 = a^2 + c^2 \\ \quad \textbf{یا} \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{cases}$$

۱- شروع
۲- a و b و c را بگیر
۳- اگر $a^2 = b^2 + c^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۴
۴- اگر $b^2 = a^2 + c^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۵
۵- اگر $c^2 = a^2 + b^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۷
۶- بنویس می‌توان یک مثلث قائم الزاویه ساخت و برو به ۸
۷- بنویس نمی‌توان یک مثلث قائم الزاویه ساخت
۸- پایان.

www.ketabz.com

مثال ۱۳) الگوریتمی بنویسید که ۱۰۰ عدد دلخواه را یکی یکی دریافت و چاپ نماید و درنهایت جمع آن اعداد را نیز چاپ کند.

۱- شروع

۲-I←1 و S←0

۳- a را بگیر

۴- a را بنویس

۵- S ← S + a

۶- I ←I+1

۷- اگر I<=100 بود پس برو به خط ۳

۸- S را بنویس

۹- پایان .

تذکر : در کلیهٔ الگوریتمهایی که روند اجرا را از مرحله ای به مرحله ای دیگر ارجاع داده‌ایم، دراصل یک حلقه ساخته ایم. نکته ای که در مورد این حلقه ها قابل توجه می‌باشد، این است که همواره متغیری در ابتدای الگوریتم وجود دارد که یک مقدار اولیه دارد سپس در حین اجرا به مقدار آن افزوده شده و دوباره درخودش ذخیره می‌شود (البته این عمل در داخل حقله انجام می شود) و با یک مقدار مشخص سنجیده می‌شود. اگر شرط درست بود، دوباره حلقه تکرار می‌گرددکه به این گونه متغیر ها **شمارنده** نیز گفته می‌شود.

باید دقت داشت زمانیکه از حلقه خارج می شویم ، همواره مقدار شمارندهٔ حلقه از مقداری که با آن سنجیده شده است، بیشتر است . (اگر شمارنده حالت نزولی داشته باشد مقدار شمارنده از مقداری که با آن سنجیده می‌شود ، کمتراست) .

در مورد مثال۱۳، متغیر I نقش شمارندهٔ حلقه را دارد که مقدار اولیهٔ آن یک است و هر بار در داخل حلقه یک واحد به آن اضافه شده و با عدد ۱۰۰ مقایسه می‌گردد، زمانیکه از حلقه خارج می شویم، مقدار شمارندهٔ I همواره از عدد ۱۰۰ بزرگتر است یعنی ۱۰۱ می‌باشد .

دربارهٔ هر مسئلهٔ دلخواهی این مقدار بفرم زیر محاسبه می شود :

میزان تغییرات درداخل حلقه + مقدارنهایی آن درداخل حلقه = مقدارنهایی شمارنده درخارج ازحلقه

مثال ۱۴) در الگوریتم زیرمعین کنید ، شمارندهٔ حلقه چه متغیری بوده و مقدار نهایی آن در داخل حلقه وخارج حلقه چقدر است ؟

www.ketabz.com

۱- شروع

۲- N←2

۳- I و j و k را بگیر

۴- t ← i + j + k

۵- t را بنویس

۶- N←N+2

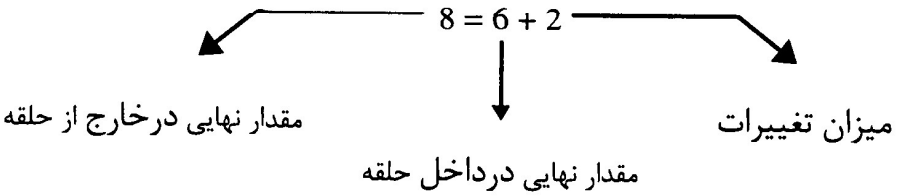
۷- اگر N<=6 سپس برو به ۳

۸- پایان

اجرای دستی آن بصورت زیر است .

N	i	j	k	t	چاپ
2	1	2	3	6	6
4	5	7	1	13	13
6	8	0	-1	7	7
8					

دراین مثال N شمارندهٔ حلقه است که سه بـار تکـرار می‌شود و مقدار نهائی آن در داخل حلقه با توجـه بـه جدول فوق، برابر ۶ و خارج از حلقه برابر ۸ است .



ازاین قسمت به بعد مثالهای مختلفی را دربارهٔ مسائل مختلف مطرح و سعی می‌کنیم مرحله به مرحله با توضیحات کافی الگوریتم آنها را بنویسیم . **به تواناییهای خود کم بها ندهید و مطمئن باشـید کـه اگـر فقط یکبار از روی هرکدام از الگوریتم‌ها بنویسید و بدرستی آنها را متوجه شوید ، مفهوم الگوریتم و به دنبال آن برنامه سازی را فرا گرفته‌اید .**

مثال ۱۵) الگوریتمی بنویسید که دو عدد A و B را بـه‌عنوان ورودی دریـافت و بزرگـترین و کوچکـترین عدد را محاسبه و چاپ نماید. (اگر A و B مساوی بودند ، دو عدد دیگر را بگیرد).

این مسئله را در دو حالت حل می‌کنیم.

حالت اول : در این قسمت فرض می‌کنیم که هیچوقت دو عدد مساوی نیستند کـه الگوریتـم آن بصـورت زیر می‌شود.

۱- شروع

۲- A و B را بگیر

۳- اگر A>B بود سپس بنویس A بزرگترین عدد و B کوچکترین عدد است و پایان .

۴- B را به عنوان بزرگترین عدد بنویس .

۵- A را به عنوان کوچکترین عدد بنویس .

www.ketabz.com

۶- پایان.

اجرای دستی آن بصورت زیر است .

چاپ	B	A
۵ بزرگترین و ۳کوچکترین‌عدد	5	3

حالت دوم : این قسمت تعمیم یافتهٔ حالت اول است ، با ایـن فـرض کـه قبـل از مقایسـهٔ کوچکـتری یـا بزرگتری A و B ، حالت تساوی آنها مقایسه شود و در صورت برابری ، دو عدد دیگر دریافت شـود ، کـه الگوریتم آن بصورت زیر است.

۱- شروع

۲- A و B را بگیر

۳-اگر A=B سپس برو به خط ۲

۴- اگر A>B بود سپس A را بنویس بزرگترین و B را بنویس کوچکترین عدد و پایان

۵- B را بنویس بزرگترین عدد

۶- A را بنویس کوچکترین عدد

۷-پایان .

اجرای دستی آن بصورت زیر است :

چاپ	B	A
3 بزرگترین و 1-	6	6
کوچکترین عدد	-1	3

مثال ۱۶) الگوریتم مثال ۱۵ را برای سه عدد بنویسید به طوریکه فقط بزرگترین را چاپ کند . (فرض بر این است که سه عدد با هم برابر نیستند) .

۱- شروع

۲- A وB و C را بگیر

۳- اگر A>B و A>C سپس A را بنویس و پایان

۴- اگر A>B و C>A سپس C را بنویس و پایان

۵- اگر B>A و B>C سپس B را بنویس و پایان

۶- اگر B>A و C>B سپس C را بنویس و پایان

که اجرای دستی آن بصورت زیر خواهد بود :

چاپ	C	B	A
1	-3	1	-5

چاپ	C	B	A
6	6	2	3

نکته‌ای که دربارهٔ این مثال قابل ذکر است، این است که مـی توانیـم شـرطها را بـا اسـتفاده از عبـارات منطقی (و) ، (یا) ، (نقیض) باهم ترکیب نموده و درسـتی یـا نادرسـتی آنهـا را باتوجـه بـه جـدول درستی ترکیب آنها که به صورت زیر است تعیین کنیم .

www.ketabz.com

فرض کنیم A و B دو شرط باشند . جدول ترکیب این شرطها با اپراتورهای منطقی (و) و (یا) و (~) بصورت زیر است .

A	B	A و B (A∧B)	A یا B (A∨B)	نقیض A (~A)	نقیض B (~B)
د	د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

مثال ۱۷) الگوریتمی بنویسید که یک عدد صحیح مثبت را به‌عنوان ورودی دریافت و معین کند عدد زوج یا فرد می‌باشد.

توضیح : اگر عددی بر ۲ تقسیم شود، باقیماندهٔ آن یکی از دوعدد صفر یا یک می‌باشد. اگر صفر بود عدد زوج است و اگر یک بود عدد فرد است.

۱- شروع

۲- عدد N رابگیر

۳- R←N-2×[N/2]

۴- اگر R=0 سپس بنویس N زوج است و پایان

۵- بنویس N فرد است

۶- پایان .

که می‌توان آنرا به‌فرم زیر با دوشرط نوشت :

۱- شروع

۲- عدد N رابگیر

۳- R←N-2×[N/2]

۴- اگر R=0 سپس بنویس N زوج است و پایان

۵- اگر R=1 سپس بنویس N فرد است

۶- پایان .

که اجرای دستی آن به شکل مقابل خواهد بود :

چاپ	R	N
۶ زوج است 0		6

چاپ	R	N
۱۳ فرد است	1	13

مثال ۱۸) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و مجموعهٔ مقسوم علیه‌های آن و همچنین ، تعداد آنها و نیز مجموع آنها را محاسبه و چاپ نماید .

www.ketabz.com

توضیح : فرض کنیم N عددی طبیعی باشد، مقسوم علیه‌های N ، اعداد صحیح کوچکتر از N هستند که اگر N به هر کدام از آنها تقسیم شود باقیمانده مساوی با صفر می‌شود. برای مثال عدد ۱۲ را در نظر بگیریم که مقسوم علیه های آن ۱،۲،۳،۴، ۶ و۱۲ هستند.

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- I←1

۴- R←N-I×[N/I]

۵- اگر R=0 سپس I را بنویس

۶- I←I+1

۷- اگر I<=N سپس برو به خط ۴

۸- پایان

توضیح : با توجه به تعریف مقسوم علیه یک عدد ، باید عدد N را که ورودی است به ترتیب به اعداد از 1 تا N (N,...,3,2,1) تقسیم کنیم و هر بار که باقیمانده مساوی صفر شد ، مقسوم علیه تقسیم را بنویسیم که در این صورت احتیاج به N عمل تقسیم داریم. برای اجتناب از چنین کاری متغیری را مانند I مساوی بایک در نظر می‌گیریم و بجای آنکه عددN را بر 1 تقسیم کنیم، آن را بر I تقسیم می‌نمائیم و مقدار I را در داخل یک حلقه یکی یکی اضافه می‌کنیم تا مقدار آن به N برسد. به بیان دیگر عمل تقسیم را N بار با N عدد مختلف انجام می‌دهیم و هرکجا که باقیمانده صفر شد، مقسوم‌علیه تقسیم را که I نقش آن را دارد می‌نویسیم.

الگوریتم بالا فقط مقسوم علیه‌ها را حساب می‌کند برای محاسبهٔ مجموع آنها خانه‌ای مانند S را مساوی صفر در نظر گرفته و هر بار که یک مقسوم‌علیه را تولید کرده و می‌نویسیم آنرا با S جمع می‌کنیم و برای تعداد ،W ای را مساوی صفر قرارداده و هر بار که یک مقسوم‌علیه را می‌نویسیم یکی به W اضافه می‌کنیم و در آخر S و W را چاپ می‌کنیم.

N	I	R	S	W	چاپ
6	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	
			~~1~~	~~1~~	1
	~~2~~	~~0~~	~~3~~	~~2~~	2
	~~3~~	~~0~~	~~6~~	~~3~~	3
	~~4~~	~~2~~			
	~~5~~	~~1~~			
	~~6~~	0	10	4	6
	7				10
					4

الگوریتم کامل مسئله بصورت زیر است :

۱- شروع

۲-N را بگیر

۳- S←0

۴- W←0

۵-I←1

۶- R←N - I × [N/I]

۷- اگر R=0 سپس I را بنویس و W←W+1 و S←S+I

۸- I←I+1

www.ketabz.com

۹- اگر I<=N سپس برو به خط ۶

۱۰- S و W را بنویس

۱۱- پایان .

درقسمت مربوط به چگونگی حل مسئله ذکر شد که بهترین راه حل برای یک مسئله راه حلی است که ساده و قابل فهم و در عین حال کوتاه نیز باشد ، در مورد الگوریتم نیز باید بگوئیم که یک الگوریتم زمانی بهترین حالت را دارد که :

ساده و قابل فهم باشد .

روان باشد .

کوتاه باشد .

همچنین از عملیاتی که وقت زیادی گرفته و در عین حال زائد هستند، استفاده نشده باشد. در مورد الگوریتم مثال ۱۸ می‌دانیم که برای هر عددی یک و خود عدد، مقسوم علیه‌های آن هستند، پس عمل محاسبهٔ مقسوم علیه برای 1 و N اضافه و زائد است یعنی می‌توان از ۲ شروع کرد و تا N-1 پیش‌رفت ، حتی قویتر از آن می‌توان گفت که کافیست از ۲ تا نصف عدد پیش برویم چرا که قضیه زیر بیان این موضوع است که ازنصف عدد تا خود عدد (منظورکوچکتر ازخود عدد) هیچ مقسوم‌علیه‌ای برای عدد وجود ندارد.

قضیه : فرض کنیم N عددی طبیعی باشد ،آنگاه بین $\frac{N}{2}$ و N هیچ مقسوم‌علیه‌ای برای عدد N وجود ندارد.

اثبات : (به‌روش برهان خلف) فرض‌کنیم چنین عددی بین $\frac{N}{2}$ و N که مقسوم علیه نیز باشد وجود داشته باشد، پس داریم: :

∃ نماد وجودداشتن
∋ نماد به طوری‌که
∈ نماد تعلق داشتن

$$\exists q \in Z \ni \frac{N}{2} < q < N \quad (1)$$

چون q یک مقسوم علیه است پس

$$\Rightarrow \exists a \in Z \ni a.q = N \quad (2)$$

$$\Rightarrow q = \frac{N}{a} \quad (3)$$

www.ketabz.com

اگر در رابطه (۱) به جای q مقدار مساوی آنرا از رابطهٔ (۳) قرار دهیم داریم :

$$\frac{N}{2} < q < N \qquad (4)$$

$$\frac{N}{2} < \frac{N}{a} < N \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{N} > \frac{a}{N} > \frac{1}{N} \text{ یا } \frac{1}{N} < \frac{a}{N} < \frac{2}{N} \qquad (6)$$

$$\Rightarrow 2 > a > 1 \quad \text{یا} \quad 1 < a < 2 \qquad (7)$$

که خلاف فرض است چرا که بین ۱و۲ هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

پس الگوریتم مثال ۱۸را می‌توانیم در حالت بهینه بصورت زیر بنویسیم :

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- 1 را بنویس

۴- S←N+1 و W←2

۵-I←2

۶- R←N - I × [N/I]

۷- اگر R=0 سپس I را بنویس و S←S+I و W←W+1

۸- I←I+1

۹- اگر $I <= \frac{N}{2}$ سپس برو به ۶

۱۰- N را بنویس

۱۱- S وW را بنویس

۱۲- پایان.

چون یک و خود عدد را برای محاسبه مقسوم علیه در نظر نمی گیریم لذا از ابتدا مقدار S را N+1 و W را ۲ در نظر گرفتیم.

N	I	R	S	W	چاپ
12	~~2~~	~~0~~	~~15~~	~~3~~	1
	~~3~~	~~0~~	~~18~~	~~4~~	
	~~4~~	~~2~~	~~32~~	~~5~~	
	~~5~~	~~0~~			
	~~6~~				
	~~7~~		~~28~~	6	تعداد 6 مجموع 28

تذکر: اگر بخواهیم مقسوم علیه های زوج یک عدد راحساب کنیم از۲ شروع می کنیم و دوتا دوتا پیش می‌رویم و اگر مقسوم علیه های فرد را بخواهیم، از یک شروع کرده و باز دو تا دو تا پیش می‌رویم و به طور کلی اگر مقسوم علیه های مضربK عدد طبیعی N را (K<N) بخواهیم محاسبه کنیم از K شروع می کنیم و K تا K تا پیش می‌رویم.

www.ketabz.com

مثال۱۹) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و معین کند این عدد تام است یا نه ؟

توضیح : عددطبیعی N را ***تام*** یا ***کامل*** می‌گوئیم هرگاه مجموع مقسوم علیه های کوچکتر از عدد N ، با خود عدد N برابر شود مانند:

{1, 2, 3, 6 }= مجموع مقسوم علیه های عدد 6

{1, 2 , 3 } = مجموعه مقسوم علیه های کوچکتراز6 عدد 6

که مجموع انها 6 = 3+2+1 است که با خود عدد برابر است لذا عدد 6 تام است.

۱-شروع

۲-N رابگیر

۳-S←0

۴-I←1

۵- $R \leftarrow N - I \times [\frac{N}{I}]$

۶- اگر R=0 پس S←S+I

۷-I←I+1

۸-اگر $I <= \frac{N}{2}$ پس برو به ۵

۹- اگر S = N سپس بنویس عدد N تام است و پایان

۱۰- بنویس عدد N تام نیست.

۱۱- پایان

N	I	R	S	چاپ
14	~~1~~	~~0~~	~~0~~	عدد 14
			~~1~~	
	~~2~~	~~0~~	~~3~~	تام نیست
	~~3~~	~~2~~	~~0~~	
	~~4~~	~~2~~		
	~~5~~	~~2~~		
	~~6~~	~~2~~		
	7	0	10	
	8			

توضیح : در خط ۸ می‌توانستیم به جای $I <= \frac{N}{2}$ بنویسیم I<= N-1 که این شرط هم درست است . اما زمان اجرای آنرا طولانی‌تر می‌کند.

مثال ۲۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را به‌عنوان ورودی گرفته و معین کند اول است یا نه ؟

تعریف عدد اول : عدد طبیعی N را اول گوئیم هرگاه به جز یک و خودش هیچ مقسوم‌علیه دیگری نداشته باشد.

مانند عدد ۱۳ که بجز ۱و۱۳ مقسوم‌علیه دیگری ندارد. با توجه به تعریف بالا هرگاه عددی بر یکی از اعداد بین یک و خودش بخش پذیر باشد، دیگر اول نیست و اگر به تمامی آنها تقسیم شده و با قیمانده در هیچ کجا صفرنشود (یعنی فقط بر یک و خودش بخش پذیرباشد) اول است.

مثلا برای عدد ۱۵ داریم :

۱ | ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، . . . ، ۱۳ ، ۱۴ | ۱۵

برای این که ببینیم اول نیست باید ۱۵ را بر یکی از اعداد ۲ ، ۳ ، ۴ ، ... ، ۱۴ بخش پذیر باشد که ۱۵ بر ۳ بخش پذیر است پس اول نیست و دیگر عمل تقسیم را ادامه نمی دهیم.

www.ketabz.com

اما برای عدد ۵ داریم :

۱، ۲، ۳، ۴، ۵

می‌بینید که عدد ۵ بر ۲ بخش پذیر نیست، بر عدد بعدی یعنی ۳ نیز بخش پذیر نیست و همین طور به ۴ هم بخش‌پذیرنیست، لذا ۵ اول است.

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- I←2

۴- $R \leftarrow N-I\times[\frac{N}{I}]$

۵- اگر R = 0 سپس بنویس N اول نیست و پایان

۶- I←I+1

۷- اگر I<N سپس برو به ۴

۸- بنویس عدد N اول است .

۹- پایان.

چاپ	R	I	N
عدد ۱۱ اول است	1	~~2~~	11
	2	3	
	.	4	
	.	.	
	.	.	
	.	.	
	1	10	
		11	

چاپ	R	I	N
۶ عدد اول نیست	0	2	6

توضیح : این الگوریتم فقط برای محاسبهٔ اول بودن یا نبودن اعداد بزرگتر از ۲ درست عمل می‌کند.

روشهای متنوع دیگری برای محاسبهٔ اعداد اول وجود دارد که در فصل مربوط به فلوچارت به‌طور مفصل آنها را مطرح خواهیم کرد .

مثال ۲۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و فاکتور یل آنرا محاسبه کند.

فرض کنید که N یک عدد طبیعی باشد . فاکتوریل N را با نماد !N نمایش داده و مقدار آن طبق روابط زیر بدست می‌آید.

$$N! = \begin{cases} 1 & \text{اگر } N = 0 \\ 1 & \text{اگر } N = 1 \\ N \times (N-1) \times (N-2) \times \ldots \times (3) \times (2) \times (1) & \text{اگر } N \neq 0,1 \end{cases}$$

برای مثال :

1) 5!=5×4×3×2×1=120
2) 1!=1
3) 0!=1

این تعریف فاکتوریل فقط برای اعداد طبیعی وصفر درست است و برای اعداد اعشاری و منفی بطریق دیگری تعریف می‌شود که از حوصلهٔ این کتاب خارج است .

در این مثال باید حاصلضرب چند عدد متوالی را پیداکرده و مانند محاسبهٔ مجموع که خانه‌ای را صفر در نظرگرفته ومقادیر را با آن جمع‌کردید، خانه ای را برابر یک در نظر گرفته و اعداد را یکی یکی تولید و در آن خانه ضرب کنید و به دلیل اینکه با ضرب شدن اعداد متوالی مقادیر قبلی از بین نرود مقدار آن

www.ketabz.com

را در ابتدا یک در نظر بگیرید (چرا که اگر صفر بود هر عددی که ضرب می‌شد حاصل را صفر می‌کرد).

۱- شروع
۲- N را بگیر
۳- P←1
۴- I←1
۵- P←P×I
۶- I←I+1
۷- اگر I<=N سپس برو به ۵
۸- P را بنویس
۹- پایان .

N	P	I	چاپ
6	1	1	
	1×1=1		
	1×2=2	2	
	1×2×3=6	3	
	1×2×3×4=24	4	
	1×2×3×4×5=120	5	
	1×2×3×4×5×6=720	6	720
		7	

تذکر : درکلیهٔ مثالهای قبل به نوعی از حلقه استفاده شده است. با توجه به نوع مسئله می‌توان از چند حلقه استفاده کرد بفرمی که هر حلقه به طور کامل داخل حلقهٔ دیگری قرار گرفته باشد.

مثال ۲۱) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و حاصل جمع زیر را محاسبه و چاپ نماید .

S = 1!+2! +3! +...+ N!

برای حل ، حلقه ای با یک شمارنده برای جمع‌کردن و حلقهٔ دیگری برای محاسبهٔ فاکتوریل تک تک جملاتی که قرار است تولید و با هم جمع شوند، در نظر بگیرید.

۱- شروع
۲- N را بگیر
۳- S←0
۴- t←1
۵- P←1
۶- I←1
۷- P←P×I
۸- I←I+1
۹- اگر t <= I سپس برو به ۷
۱۰- S ←S+P
۱۱- t ←t+1
۱۲- اگر N <= t سپس برو به ۵
۱۳- S را بنویس
۱۴- پایان .

N	S	t	P	I	چاپ
3	0	1	1	1	
	1		1	2	
		2	1	1	
			1	2	
	3		2	3	
		3	1	1	
			1	2	
			2	3	
	9		6	4	
		4			
					9

این فرم حلقه ها را حلقه های تودرتو می‌گویند که در حل مسائل متنوع، کاربرد دارد و بعد از آشنائی با فلوچارت مجدداً آنها را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

www.ketabz.com

مثال ۲۲) الگوریتمی بنویسید که کلیهٔ مقسوم علیه های اعداد بین ۲ تا ۵۰۰ را برای هر کدام، بـه طـور جداگانه چاپ نماید .

این مثال نیز مانند مثال ۱۸ می‌باشد با این تفاوت که مثال ۱۸ برای یک عدد عمل می‌کند. برای اینکـه تمامی مقسوم علیه‌های اعداد بین ۲ و ۵۰۰ را محاسبه کنید بایستی یک حلقهٔ دیگـر اضافـه کنیـد کـه شمارندهٔ آن از ۲ تا ۵۰۰ تغییر کند و محاسبهٔ مقسوم‌علیه‌ها در داخل این حلقه صورت بگیرد.

۱- شروع

۲- $t \leftarrow 2$

۳- t را بنویس

۴- $I \leftarrow 1$

۵- $R \leftarrow t - I \times \left[\frac{t}{I}\right]$

۶- اگر $R = 0$ سپس I را بنویس

۷- $I \leftarrow I+1$

۸- اگر $I <= t$ سپس برو به ۵

۹- $t \leftarrow t+1$

۱۰- اگر $t <= 500$ سپس برو به ۳

۱۱- پایان .

مثال ۲۳) فرض کنید در روز R ام از ماه شمارهٔ M هستیم. الگوریتمـی بنویسـید کـه R و M را سـوال و معین کند در چندمین روز سال هستیم (R و M اعداد صحیح هستند).

۱- شروع

۲- R و M را بگیر

۳- اگر $M <= 6$ سپس برو به خط ۴ و گرنه برو به خط ۶

۴- $N \leftarrow (M-1) \times 31 + R$

۵- N را بنویس و پایان

۶- اگر $M < 11$ سپس برو به خط ۷ و گرنه برو به خط ۹

۷- $N \leftarrow 186 + (M-6) \times 30 + R$

۸- N را بنویس و پایان

۹- $N \leftarrow 336 + R$

۱۰- N را بنویس

۱۱- پایان.

www.ketabz.com

				چاپ
				70
				257
342	342	6	12	

بار اول اجرا برای ۴و ۳

بار دوم اجرا برای ۸ و ۱۱

بار سوم اجرا برای۶ و۱۲

مثال ۲۴) الگوریتمی بنویسید که عدد صحیح زوج و مثبت N را به‌عنوان ورودی دریافت و مجموع زیر را محاسبه کند.

$$S = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \ldots + \frac{N-1}{N}$$

توضیح : در این مثال جملات یک در میان مثبت و منفی می‌شوند. برای تولید اینگونه از جملات ضریبی مانند K را یک در نظر گرفته و در جملهٔ اول ضرب کنید (اگر جملهٔ اول منفی بود منهای یک در نظر بگیرید) و هر بار که جملهٔ بعدی را تولید می‌کنید، قبل از آن مقدار ضریب رادر منفی یک ضرب کنید، (اگر یک باشد منهای یک می شود و برعکس). بدین ترتیب به طور متناوب ضریب جملات یک و منهای یک شده و جملات را تولید می‌کنند همچنین علامت جملهٔ آخر را مثبت قرار دهید، زیرا N زوج و (N-1) فرد است همچنین ملاحظه می‌کنید که در این عبارت جملاتی که صورت فرد دارند ضریبشان برابر یک است.

باتوجه به توضیحات فوق الگوریتم آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود :

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- اگر $\frac{N}{2} \neq [\frac{N}{2}]$ سپس برو به ۲

۴- $S \leftarrow 0$

۵- $I \leftarrow 1$

۶- $K \leftarrow 1$

۷- $S \leftarrow S + K \times \frac{I}{(I+1)}$

۸- $I \leftarrow I+1$

۹- اگر $N <= I$ سپس $K \leftarrow -K$ و برو به خط ۷

۱۰- S را بنویس

۱۱- پایان .

N	S	I	K	چاپ
5	~~0~~	~~1~~	~~1~~	-0.21
	0.5	~~2~~	~~-1~~	
	-0.16	~~3~~	~~1~~	
	0.59	~~4~~	~~-1~~	
	-0.21	~~5~~	1	
		6		

www.ketabz.com

مثال ۲۵) الگوریتمی بنویسید که دو عدد صحیح و مثبت M و N را دریافت و بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک آنهارا محاسبه و چاپ نماید .

توضیح : برای محاسبهٔ (ب . م . م) از روش غربال (اراتستن) استفاده می‌کنیم، به این ترتیب که عدد بزرگتر را بر عدد کوچکتر تقسیم می‌کنیم، اگر باقیمانده صفرشد عدد کوچکتر (که مقسوم‌علیه تقسیم است) ب . م . م می‌باشد و اگر صفر نشد، مقسوم‌علیه را جای مقسوم و باقیمانده را بجای مقسوم‌علیه قرار داده و دوباره عمل تقسیم را انجام می‌دهیم تا زمانی که باقیمانده صفر شود که در این مرحله همواره آخرین مقسوم‌علیه‌ای که باقیمانده را صفر می‌کند (ب . م . م) است.

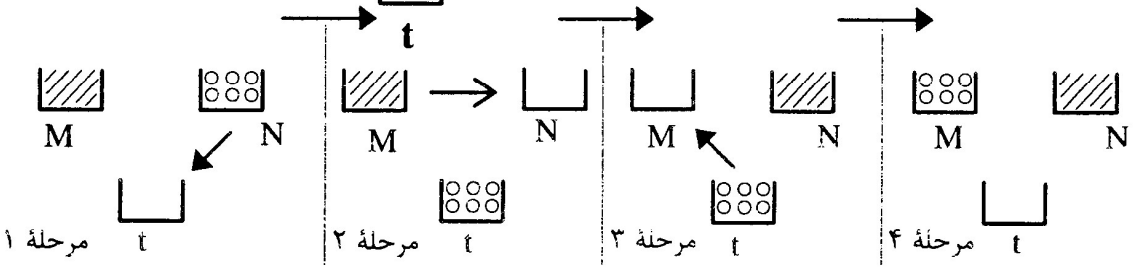
برای محاسبهٔ (ک . م . م) از رابطهٔ زیر استفاده می کنیم.

$$\frac{\text{حاصلضرب دو عدد}}{\text{ب . م . م}} = \text{ک . م . م} \longrightarrow \text{ب . م . م دو عدد} \times \text{ک . م . م دو عدد} = \text{حاصلضرب دو عدد}$$

$$|ab| = [a,b] \times (a,b) \Rightarrow [a,b] = \frac{|ab|}{(a,b)}$$

M را همواره بزرگتر از N در نظربگیرید، درغیر اینصورت باید محتویات M و N را عوض‌کنید.

نکته دیگر در این مثال جا به جا کردن محتویات دو متغیر M و N می‌باشد که با یک مثال آنرا توضیح می‌دهیم ، فرض کنید که محتویات دو ظرف N و M را می‌خواهیم جابجا کنیم، برای اینکاربدین ترتیب عمل می‌کنیم که خانه‌ای خالی به نام t در نظرگرفته و اعمال زیر را انجام می‌دهیم .



با انجام ۴ مرحلهٔ فوق، محتویات دو خانهٔ (متغیر) M و N جابجا می‌شوند .

بدون استفاده از متغیر سوم نیز می‌شود محتویات دو متغیر را جابجا کرد که به عنوان تمرین آنرا در آخر فصل آورده‌ایم .

حال با توضیحات داده شده الگوریتم آنرا بصورت زیر می نویسیم .

۱- شروع

۲- M و N را بگیر

۳- اگر M < N سپس N ← t و M ← N و t ← M

www.ketabz.com

۴- $A \leftarrow M$

۵- $B \leftarrow N$

۶- $R \leftarrow M - N \times [\frac{M}{N}]$

۷- اگر $R = 0$ سپس برو به خط ۱۱

۸- $M \leftarrow N$

۹- $N \leftarrow R$

۱۰- برو به خط ۶

۱۱- N را بنویس ب . م . م

۱۲- $KMM \leftarrow \frac{A \times B}{N}$

۱۳- چاپ کن KMM

۱۴- پایان .

M	N	t	R	A	B	KMM	چاپ
~~24~~	~~30~~	30					
~~30~~	~~22~~		~~8~~	30	22	$\frac{22\times30}{2}$	۲ ب.م.م است
~~24~~	~~8~~		~~6~~				۳۳۰ ک.م.م است.
~~8~~	~~6~~		~~2~~				
6	2		0				

مثال ۲۶ الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و تعداد ارقام و نیز مجموع ارقام آنرا محاسبه و چاپ نماید .

توضیح : فرض کنید عدد مورد نظر T رقمی‌باشد، رقم یکان آن از تقسیم عدد ، بر ۱۰ بدست می‌آیدکه همان باقیماندهٔ تقسیم است. برای محاسبهٔ رقم دهگان خارج قسمت تقسیم اولی (که در اصل جزء صحیح تقسیم عدد بر ۱۰ است) را دوباره بر ۱۰ تقسیم کنید(باقیماندهٔ آن رقم دهگان است) و این عمل را تازمانی ادامه دهید که آخرین خارج قسمت صفر گردد .

مثال :

```
234 | 10
230   23 | 10
 4    20   2 | 10
      3    0   0
           2
```

چون‌خارج قسمت صفر است دیگرعمل تقسیم را ادامه نمی‌دهیم .

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $W \leftarrow 0$

www.ketabz.com

۴- $S \leftarrow 0$

۵- $R \leftarrow N - 10 \times [\frac{N}{10}]$

۶- $S \leftarrow S+R$

۷- $W \leftarrow W+1$

۸- $N \leftarrow [\frac{N}{10}]$

۹- اگر $N>0$ سپس برو به ۵

۱۰- چاپ کن S مجموع ارقام

۱۱- چاپ کن W تعداد ارقام

۱۲- پایان .

N	W	S	R	چاپ
358	~~0~~	~~0~~	~~8~~	۱۶مجموع ارقام
	~~1~~	~~8~~		۳تعداد ارقام
~~35~~	~~2~~	~~13~~	~~5~~	
~~3~~	3	16	3	
0				

مثال ۲۷) الگوریتمی بنویسید که عددی در مبنای ۲ را گرفته و معادل آن را در مبنای ۱۰ بنویسد .

توضیح : از آنجائی که ارقام یک عدد در مبنای ۲ فقط از ۰ و۱ تشکیل شده است و هدف بدست آوردن تک تک ارقام آن و ضرب آن در توانهای متوالی ۲ است، به‌همین دلیل برای بدست آوردن ارقام عدد مانند مثال ۲۶ عمل کنید.

N	S	I	R	چاپ
1101	~~0~~	~~0~~	~~1~~	۱۳
	~~1~~			
~~110~~	~~1~~	~~1~~	~~0~~	
~~11~~	~~5~~	~~2~~	~~1~~	
0	13	3	1	

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $S \leftarrow 0$

۴- $I \leftarrow 0$

۵- $R \leftarrow N - 10 \times [\frac{N}{10}]$

۶- $S \leftarrow S + R \times 2^I$

۷- $N \leftarrow [\frac{N}{10}]$

۸- اگر $N > 0$ سپس $I \leftarrow I+1$ و برو به خط ۵

۹- S را بنویس

۱۰- پایان .

www.ketabz.com

اجراء بطریقه دستی :

$$(1101)_2 = 1\times2^0 + 0\times2^1 + 1\times2^2 + 1\times2^3 = 1+0+4+8 = (13)_{10}$$

اگر بخواهید از مبنایی غیر از ۲ به ۱۰ ببرید، همین عملیات را انجام دهید ولی در توانهای متوالی همان عدد ضرب و تمام اعداد بدست آمده را با هم جمع کنید .

مثال ۲۸) الگوریتمی بنویسید N عدد را یکی یکی خوانده و بزرگترین عدد بین آنها را مشخص و چاپ نماید .

در اینگونه مسائل همواره اولین عدد را خوانده و آن را در خانه‌ای به نام MAX قرار داده و عدد بعدی را می‌خوانید ،که دو حالت اتفاق می‌افتد. اگر عدد دومی از MAX (همان عدد اول) بزرگتر بود، آنرا در MAX قرار داده و بعد عدد سوم را می‌خوانید ولی اگر کوچکتر بود مستقیماً عدد سوم را می‌خوانید و همین روند را ادامه می‌دهیم تا به آخرین عدد برسید. به‌عبارت دیگر همواره در بین اعداد، بزرگترین را پیدا کرده و در MAX قرار می‌دهید.

N	A	B	I	MAX	چاپ
4	3		~~1~~	~~3~~	۸بزرگترین عدد
		~~5~~	~~2~~	~~5~~	
		~~0~~	~~3~~		
		8	4	8	

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- A را بخوان

۴- MAX ←A

۵- I ←1

اعداد خوانده شده عبارت بودند از 3.5.0.8

۶- اگر I > N سپس MAX را چاپ کن و پایان

۷- B را بخوان

۸- اگر MAX < B سپس MAX ←B

۹- I ←I+1 و برو به خط ۶

۱۰- پایان .

مثال ۲۹) الگوریتمی بنویسید که نام و ساعت کار و حقوق ساعتی کارکنان اداره‌ای را به‌عنوان ورودی دریافت و حقوق آنها را محاسبه و چاپ نماید.

اگر تعداد ساعت کار بیش از ۵۰ ساعت بود $\frac{۳}{۲}$ حقوق ساعتی به‌عنوان اضافه کار محاسبه شود.

۱-شروع

۲-M را بگیر

۳-I ←1

۴-N را بخوان

۵-H را بخوان

۶-HS را بخوان

M تعداد کارمندان

N نام کارمند

H تعداد ساعت کار

HS حقوق ساعتی

S کل حقوق

www.ketabz.com

۷-اگر $H <= 50$ سپس $S \leftarrow H \times HS$ وبرو به خط۹

۸- $S \leftarrow 50 \times HS + (H-50) \times \frac{۳}{۲} \times HS$

۹-N و S را چاپ کن .

۱۰- $I \leftarrow I+1$

۱۱- اگر $I <= M$ سپس برو به خط۴

۱۲-پایان.

مثال ۳۰) اداره‌ای دارای ۵۰۰ کارمند می‌باشد و می‌خواهد حقوق کارمندان خود را افزایش دهد. الگوریتمی بنویسید که به حقوق کارمندانی که کمتر یا مساوی ۲۵۰۰۰ تومان باشد ۵٪ اضافه شود و به حقوق کسانی که بین ۲۵۰۰۰ و ۳۵۰۰۰ تومان است ۷٪ و بیش از ۳۵۰۰۰ تومان ۱۰٪ اضافه شود و حقوق اولیه و مقدار اضافه حقوق و مقدار حقوق جدید را برای هر کارمند محاسبه و چاپ نماید.

۱- شروع

۲-$I \leftarrow 1$

۳-N را بخوان

۴- H را بخوان

۵-اگر $H <= 25000$ سپس $E \leftarrow \frac{H \times 5}{100}$ و $S \leftarrow H + E$ و برو به خط ۹

۶-اگر $H<=35000$ سپس $E \leftarrow \frac{25000 \times 5}{100} + \frac{(35000 - H) \times 7}{100}$ و $S \leftarrow H+E$ وبرو به خط۹

۷- $E \leftarrow \frac{25000 \times 5}{100} + \frac{10000 \times 7}{100} + \frac{(H - 35000) \times 10}{100}$

۸- $S \leftarrow H + E$

۹- N را بنویس

۱۰- H را بنویس

۱۱- E را بنویس

۱۲- S را بنویس

۱۳- $I \leftarrow I+1$

۱۴- اگر $I <= 500$ سپس برو به خط ۳

۱۵- پایان

N نام کارمند
H حقوق قدیم
E اضافه حقوق
S حقوق جدید

این فصل را بیشتر از این طولانی نمی‌کنیم و شما را با تمرینهای متنوع آن تنها می‌گذاریم تا آنها را حل کنید . اگر نتوانستید آنها را حل نمایید به این معنی نیست که الگوریتم را

www.ketabz.com

نفهمیده‌اید ، بلکه الگوریتم یک مفهوم مجرد است و باید با تمرینهای متعدد در ذهن بنشیند. پس دوباره به متن کتاب رجوع کنید و تک تک مثالهای حل شده را مرور نمایید . این‌بار حتما موفق خواهید شد .

www.ketabz.com

پرسشهای تشریحی

۱- سه عامل موثر برای حل یک مسئله را نام برده و هر یک را به طور مختصر توضیح دهید.

۲- سوال یک را دربارهٔ یک مسئله ساده بکار برید و مراحل مختلف آنرا تشریح کنید.

۳- تفکر منطقی و غیر منطقی را تعریف کنید .

۴- الگوریتم را ازدیدگاه یک ماشین تعریف کنید .

۵- تعریفی از الگوریتم ارایه نمایید که درآن زبان دقیق ، جزئیات کافی ، ترتیب مراحل و خاتمه پذیر بودن عملیات مشخص شده باشد .

۶- توضیح دهید که چرا در الگوریتم نویسی بجای تساوی ، از ← استفاده می‌شود.

۷- تفاوت یک انسان و یک ماشین را از نظر نحوه تفکر بیان کنید.

۸- منظور از مجری الگوریتم را به طور کامل توضیح دهید.

۹- شمارنده را درمجری الگوریتم تعریف نمایید و در مورد آن یک مثال بیاورید.

۱۰- مفهوم هریک از عبارات زیر را به‌طور کامل بنویسید .

الف) $p \leftarrow 2 \times 3$

ب) $S \leftarrow A$

ج) $T \leftarrow T + (W-2)$

www.ketabz.com

پرسشهای چهارگزینه ای

۱- کدامیک از ویژگیهای الگوریتم محسوب نمی‌شود .

الف) ترتیب مشخ

ب) خاتمه پذیر بودن

ج) جزئیات کافی

د) عبارتهای انتسابی

۲- الگوریتم زیر اعداد ۱۰ تا ۲۰ را روی صفحه ، نمایش می‌دهد، خط شمارهٔ ۵ آن را با کدام گزینه باید کامل کرد .

۱- شروع

۲- I←۹

۳ I←I+۱

۴- I را چاپ کن

۵- ؟

۶- پایان .

الف) اگر I<=20 سپس برو به خط ۳

ب) اگر I<20 سپس برو به خط ۳

ج) اگر I>=20 سپس برو به خط ۳

د) اگر I=20 سپس برو به خط ۳

۳- پس از اجرای الگوریتم زیر خروجی آن چه اعدادی هستند ؟

۱- شروع

۲- X←5

۳- Y←X+5

۴- اگر X<=Y سپس برو به خط ۵ وگرنه X و Y را چاپ کن

۵- X←X+2

۶- Y←Y-3

۷- برو به خط ۴

الف) ۱۰ و ۱۵

ب) ۱۳ و ۱۳

ج) ۱۶ و ۱۱

د) ۱۲ و ۱۳

۴- کدام یک از گزینه های زیر عملکرد الگوریتم زیررا نشان می دهد ؟

۱- شروع

۲- X را بخوان

۳- اگر X<0 سپس X ← -X

۴- X را چاپ کن و پایان .

الف) یک عدد را دریافت می کند و قسمت صحیح آن را می نویسد .

www.ketabz.com

ب) یک عدد را دریافت می کند و قدر مطلق آن را می نویسد.

ج) یک عدد را دریافت می کند و اگر آن عدد منفی بود آن را می نویسد .

د) یک عدد را دریافت می کند و همان را عیناً می نویسد .

۵- الگوریتم زیر چند ورودی و خروجی دارد ؟

۱- شروع

۲- A را بگیر

۳- A را بنویس

۴- I ←12

۵- N را بگیر

۶- N+I را بنویس

۷- I ←I +2

۸- اگر I = 2 سپس برو به خط ۴

۹- بنویس A×A

۱۰- پایان .

الف) ۱۱ ورودی و ۱۲ خروجی

ب) ۷ ورودی و ۹ خروجی

ج) ۲ ورودی و ۳ خروجی

د) ۱۳ ورودی و ۱۵ خروجی

۶- خروجی الگوریتم زیر کدام است ؟

۱- شروع

۲- $Z \leftarrow \sqrt{2}$

۳- I ←1

۴- $Z \leftarrow \sqrt{Z+2}$

۵- I ←I+1

۶- اگر I <= 4 سپس برو به خط ۴

۷- Z را بنویس

۸- پایان .

الف) $\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}$

ب) $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}}$

ج) $4\sqrt{2}$

د) $\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}$

۷- در الگوریتم زیر معین کنید متغیر S چند بار نوشته می‌شود ؟

۱- شروع

www.ketabz.com

۲- N ←3

۳- I , j را بخوان

۴- S ← I + j

۵- S را بنویس

۶- N ← N+1

۷- اگر N <= 6 سپس برو به خط ۳

۸- پایان .

الف) ۶ ب) ۳

ج) ۴ د) ۷

۸- در الگوریتم زیر معین کنید شمارندهٔ N چند بار تکرار می شود ؟

۱- شروع

۲-N ←0

۳-I و j را بخوان

۴- S ← I + j

۵-S را بنویس

۶- N ← N+2

۷- اگر N < 7 سپس برو به خط ۳

۸- پایان .

الف) ۴ ب) ۷

ج) ۳ د) ۵

۹- در الگوریتم زیر معین کنید شمارندهٔ N چند بار تکرار می شود .

۱- شروع

۲- I و j و N را بخوان

۳- S ←i + j

۴- S را بنویس

۵- N ←N+2

۶- اگر N < 7 سپس برو به خط ۲

۷- پایان.

الف) ۵ ب) صفر

ج) ۳ د) نامعلوم

www.ketabz.com

۱۰- در الگوریتم زیر به جای خط شمارهٔ ۴ کدام گزینه را باید قرار داد تامجموع زیر در S ذخیره گردد.
S=1+3+5+...+99

۱- شروع
۲- S ←0
۳- I ←1
۴- ؟
۵- I ←I+2
۶- اگر I <= 99 سپس برو به خط ۴
۷- S را بنویس
۸- پایان .

الف) S←I
ب) I←S
ج) I←I+S
د) S←S+I

www.ketabz.com

مسائل

۱- الگوریتمی بنویسید که چهار عدد a و b و c و d را به‌عنوان ورودی دریافت و اگر a > c+d بود مقدار a×c و در غیر این صورت مقدار b×d را محاسبه و چاپ نماید .

۲- الگوریتمی بنویسید که مضارب عدد ۲ را تا ۱۰۰۰ یکی یکی تولید و چاپ نماید .

۳- الگوریتمی بنویسید که مضارب عدد ۹ تا ۹۰۰ را یکی یکی تولید و چاپ کرده و مجموع آنها را نیز محاسبه و چاپ نماید .

۴- الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N و حقیقی X را سوال نموده و مقادیر زیر را محاسبه کند.

الف) $P = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{9} + ... + \frac{1}{N}$

ب) $S = 1 + X + X^2 + ... + X^N$

ج) $\sin(X) = X - \frac{X^3}{3!} + \frac{X^5}{5!} + ... + \frac{X^{(2N-1)}}{(2N-1)!}$

د) $T = 1 \times 2 + 2 \times 3 + ... + N(N-1)$

۵- الگوریتمی بنویسید که درآمد سالانه یک نفر را به‌عنوان ورودی دریافت و مقدار مالیات را با توجه به ضوابط زیر محاسبه نماید .

الف) کمتر از ۵۰۰۰۰ تومان معاف

ب) بین ۵۰۰۰۰ و ۱۰۰۰۰۰ ، ۱۰٪ مازاد از ۵۰۰۰۰

ج) بیش از ۱۰۰۰۰۰ ، ۱۵٪ مازاد از ۱۰۰۰۰۰

الگوریتم را طوری تغییر دهید که N را به عنوان تعداد افراد گرفته و برای N نفر نیز کار کند .

۶- الگوریتمی بنویسیدکه عدد طبیعی N را به‌عنوان ورودی گرفته و معین کند آیا این عدد بر مجموع ارقامش بخش پذیر است یا نه ؟

۷- الگوریتمی بنویسید که دو عدد صحیح M وN را دریافت و اعداد مضارب ۳ بین M و N را تولید و چاپ کند .

۸- الگوریتمی بنویسید که عددی از مبنای ۳ را به مبنای ۱۰ ببرد .

۹- الگوریتمی بنویسید که اعداد دو رقمی را تولید و چاپ کند که خودشان با معکوس‌شان برابرند .

۱۰- الگوریتمی بنویسید که تمام اعداد اول بزرگتر از ۲ و کوچکتر از ۱۰۰۰ را تولید و چاپ کند (همین طور اعداد تام) .

۱۱- الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و مقسوم علیه های مضرب ۴ آن را یکی یکی تولید و چاپ نماید، همچنین تعداد و مجموع آنها را محاسبه و چاپ کند .

۱۲- الگوریتمی بنویسید که عددی بین ۱ تا ۱۰۰۰ را که حدس زده شده است مشخص نماید .

۱۳- الگوریتمی بنویسید که بدون استفاده از متغیر سومی محتویات دو متغیر را جابجا نماید .

۱۴- الگوریتمی بنویسید که این اطلاعات را بخواند : نام شخص ، موجودی ، تعداد دفعات مراجعه به بانک برای برداشت و واریز پول و مبلغ آن. برای اینکه مشخص شود مبلغ مورد نظربرداشته یا واریز

www.ketabz.com

شده کدی در نظر گرفته شود (۱: واریز ، ۲: برداشت) سپس موجودی شخص را محاسبه و در خروجی چاپ کند.

۱۵- الگوریتمی بنویسید که اطلاعات زیر را در مورد هر یک از شرکت کنندگان یک آزمون بخواند. اطلاعات عبارتند از : نام ، شمارهٔ شرکت کننده ، کد نوع دیپلم (۰: تجربی ، ۱ : انسانی ، ۲ : فنی و کارودانش)، سن داوطلب، کد رشته و کد جنسیت. سپس اطلاعات زیر را به خروجی ببرد :

- تعداد کل شرکت کنندگان پسر که دارای کد رشته ۲۴ باشند.
- تعداد شرکت کنندگان که سن آنها کمتر از ۱۸ سال است.
- درصد شرکت کنندگان که کد رشته آنها ۲۴ است.

۱۶- الگوریتمی بنویسید که این اطلاعات را برای چند فروشگاه بخواند : شمارهٔ فروشگاه و میزان فروش ماهیانه درسال اگر میزان فروش در سال کمتر یا مساوی ۵۰۰۰۰۰باشد ، ۳٪ میزان فروش به فروشنده پرداخت می شود . اگر میزان فروش در سال بیش از ۵۰۰۰۰۰و کمتر از ۷۰۰۰۰۰باشد ۵٪ فروش به فروشنده داده خواهد شد . الگوریتم باید شمارهٔ فروشگاه ، میزان فروش و میزان پرداختی به فروشنده را چاپ کند و در پایان شماره فروشگاهی که بیشترین فروش را دارد در خروجی چاپ کند .

۱۷- فرض کنید در روز N اُم سال هستیم . الگوریتمی بنویسید که تاریخ این روز را بنویسد (مثلاً ، اگر روز شصت و چهارم باشد ، باید ۳/۲ نوشته شود و اگر روز دویست و شانزدهم باشد ۷/۳۰).

۱۸- الگورتیمی بنویسید که مختصات دو نقطه متمایز M وN از صفحه را بگیرد و معادلهٔخطی را که از دو نقطه M وN می گذرد به شکل AX+BY=C بنویسد .

۱۹- الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و معین کند چند رقم آن زوج، چند رقم آن فرد و چند رقم آن صفر می‌باشد .

۲۰- الگوریتمی بنویسید که اعداد ۴ رقمی را تولید کند که رقم یکان و صدگان آنها زوج، اما رقم دهگان و هزارگان آنها فرد باشند.

۲۱- الگوریتمی بنویسید که کلیه اعداد دو رقمی را که از ارقام فرد تشکیل شده اند یکی یکی تولید و چاپ نماید .

۲۲- الگوریتمی بنویسید که کلیه اعداد سه رقمی را بنویسد که رقم یکان و هزارگان مساوی داشته و دهگان آنها زوج باشد .

۲۳- الگوریتمی بنویسید که تعداد نقاطی از داخل دایره $X^2 + Y^2 = 25$ را که مختصاتشان اعداد طبیعی است، محاسبه و چاپ نماید .

۲۴- الگوریتمی بنویسید که تعیین کند یک سکه ۵۰ ریالی را به چند طریق می‌توان با سکه های ۲۰ ریالی ، ۱۰ ریالی و ۵ ریالی خُرد کرد (لازم است از تمام سکه ها استفاده شود).

www.ketabz.com