

# مدار منطقی



## فصل سوم فرم های متعارف و استاندارد در جبر بولی

By: A.Abbaszadeh

# فرمهای استاندارد در جبر بول



- دو نوع فرم استاندارد وجود دارد:
- جمع حاصل ضرب ها
- ضرب حاصل جمع ها

# جمع حاصل ضرب ها



- یک متغیر دودویی ممکن است به فرم معمولی  $(x)$  یا متمم  $(x')$  ظاهر شود.
- ۲ متغیر دودویی می توانند به ۴ حالت ترکیب شوند  $(xy, xy', x'y, x'y')$
- هر کدام از این حالتها را یک مینترم می نامند.
- $n$  متغیر دودویی به  $2^n$  حالت می توانند ترکیب شوند. و  $2^n$  مینترم دارند.
- هر مینترم از  $AND$  تمام  $n$  متغیر بدست می آید.
- هر متغیر پریم دار متعلق به بیت ۰ و بدون پریم نشانگر یک است.
- سمبل هر مینترم با  $m$  نشان داده می شود
- $J$  معادل دهدی عدد مربوط به مینترم می باشد.

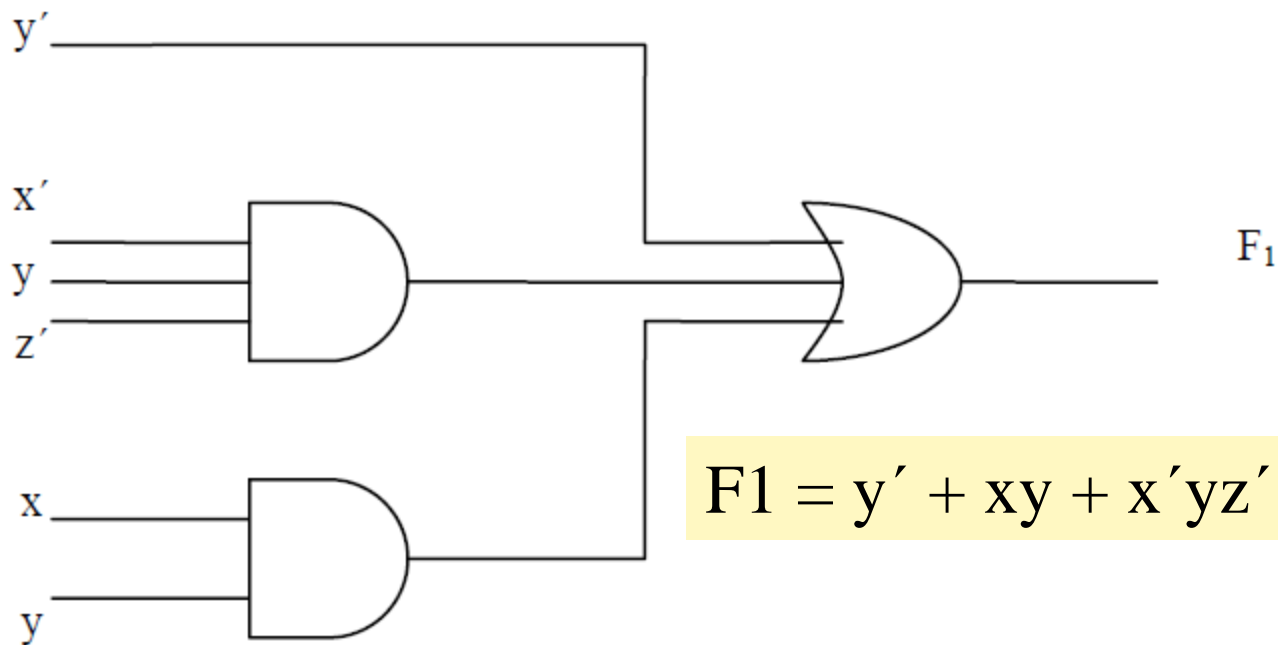
مینترم ها

x	y	z	جمله	علامت
0	0	0	$x'y'z'$	$m_0$
0	0	1	$x'y'z$	$m_1$
0	1	0	$x'yz'$	$m_2$
0	1	1	$x'yz$	$m_3$
1	0	0	$xy'z'$	$m_4$
1	0	1	$xy'z$	$m_5$
1	1	0	$xyz'$	$m_6$
1	1	1	$xyz$	$m_7$

# جمع حاصل ضرب ها



- جمع حاصل ضرب ها، یک عبارت بولی است شامل جملات  $AND$  (جملات ضرب) که با هم  $OR$  شده اند کلمه جمع نشانگر  $OR$  است.
- نمودار منطقی جمع حاصلضرب ها متشکل از گروهی گیت  $AND$  است که بدنبال یک گیت  $OR$  می آید.



# ضرب حاصل جمع ها



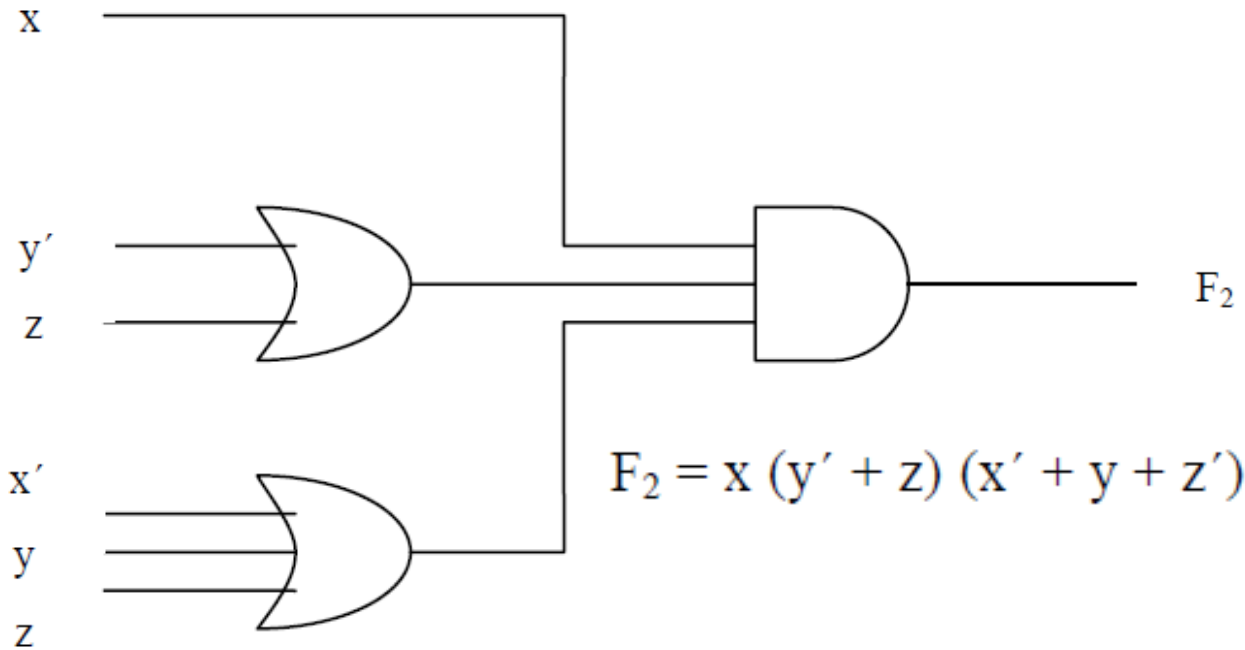
- اگر  $n$  متغیر را بجای  $AND$  با عمل  $OR$  ترکیب کنیم ماکسترم یا جمع استاندارد گفته می شود.

ماکسترم ها				
x	y	z	جمله	علامت
0	0	0	$x + y + z$	$m_0$
0	0	1	$x + y + z'$	$m_1$
0	1	0	$x + y' + z$	$m_2$
0	1	1	$x + y' + z'$	$m_3$
1	0	0	$x' + y + z$	$m_4$
1	0	1	$x' + y + z'$	$m_5$
1	1	0	$x' + y' + z$	$m_6$
1	1	1	$x' + y' + z'$	$m_7$

# ضرب حاصل جمع ها



- ضرب حاصل جمع ها: یک عبارت بولی است شامل جملات  $OR$  (جملات جمع) که با هم  $AND$  شده اند کلمه ضرب نشانگر  $AND$  است.
- نمودار منطقی ضرب حاصل جمع ها متشکل از گروهی گیت  $OR$  است که بدنبال یک گیت  $AND$  می آید.



# نمایش توابع در فرمهای استاندارد



- هر تابع بولی را می توان به صورت جمع مینترم ها نشان داد " جمع به معنی OR جملات است."

x	y	z	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$F_1 = x'y'z + xy'z' + xyz = m_1 + m_4 + m_7$$

$$F_2 = x'yz + xy'z + xyz' + xyz = m_3 + m_5 + m_6 + m_7$$

# نمایش توابع در فرمهای استاندارد



- متمم تابع بول را می توان با تشکیل مینترم هایی در جدول درستی که  $\cdot$  تابع را تولید می کنند، ایجاد کرد و سپس آنها را  $OR$  کرد.

$$F'1 = x'y'z' + x'yz' + x'yz + xy'z + xyz'$$

$$F1 = (x+y+z) (x+y'+z) (x'+y+z') (x'+y'+z) = M0.M2.M3.M5.M6$$

$$F2 = (x+y+z) (x+y+z') (x+y'+z) (x'+y+z) = M0 M1 M2 M4$$

- هر تابع بول را می توان به صورت ضرب ماکسترم ها (ضرب به معنی  $AND$  جملات است) در آورد.
- برای هر ترکیبی از متغیرها ماکسترم هایی که در تابع  $\cdot$  تولید می کنند را تشکیل دهید، و سپس  $AND$  همه ماکسترم ها را به دست آورید.
- توابع بول که به صورت جمع مینترم ها یا ضرب ماکسترم بیان شوند را فرم متعارف نامند.



# نمایش توابع در فرمهای استاندارد



- تابع بولی  $F=A+B'C$  را به صورت جمع مینترم ها در آورید.

$$\begin{aligned} F &= A+B'C = A.1.1 + 1.B'C = A.(B+B')(C+C') + (A+A').B.C \\ &= (AB+AB')(C+C') + AB'C + A'B'C \\ &= ABC + ABC' + AB'C + AB'C' + \cancel{AB'C} + A'B'C \\ &= ABC + ABC' + AB'C' + A'BC \\ &= \Sigma(1,4,5,6,7) \end{aligned}$$

- با تشکیل جدول درستی نیز می توان مینترمها را بدست آورد. تابع فوق متشکل از دو جمله است که باهم OR شدخ اند. جمله اول در جاهائیکه  $A=1$  برابر ۱ می شود یعنی در مینترمهای ۴،۵،۶،۷ و جمله دوم در جاهائیکه  $B=0, C=1$  یعنی مینترمهای ۱ و ۵

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

# نمایش توابع در فرمهای استاندارد



• تابع بولی  $F = xy + x'z$  را بصورت ضرب جملات ماکسترم نشان دهید.

$$\begin{aligned} F &= xy + x'z = (xy + x')(xy + z) \\ &= (x + x')(y + x')(x + z)(y + z) \\ &= (y + x' + 0)(x + 0 + z)(0 + y + z) \\ &= (y + x' + z'z)(x + y'y + z)(x'x + y + z) \\ &= (y + x' + z')(y + x' + z)(x + z + y')(x + z + y)(x' + y + z)(x + y + z) \\ &= \prod(5, 4, 2, 0) \end{aligned}$$

# تبدیل فرم های متعارف به یکدیگر



- برای تبدیل یک فرم متعارف به فرم متعارف دیگر، سمبل های  $\Pi$  و  $\Sigma$  را باهم عوض کنید و شماره های را در نوع اول وجود ندارند لیست نمایید.