جلسه چهارم (اجزای ماشین کاردانی)

اگر نوع و ماهیت تنش های وارد برجسم در نقطه ویا نقاط بحرانی نسبت به زمان ، ثابت باشند طراحی از نوع استاتیک انجام می گیرد

طراحی استاتیکی

برای طراحی استاتیکی قطعات بایستی 4 مرحله زیر را دنبال کرد:

۱ـ تعیین نقطه‌ی بحرانی

۲ـ تعیین صفحه‌ی لغزش (برای جسم نرم) و یا صفحه‌ی شکست (برای جسم شکننده)

۳ـ تعیین مقاومت حدّ مادّه در آزمایشگاه با استفاده از استانداردها

۴ـ ضریب اطمینان استاتیکی

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش بحرانی در صفحه‌ی لغزش یا شکست}}$$

فرق جسم نرم و شکننده

۱ـ در اجسام نرم لغزش لایه‌ای یا تسلیم وجود دارد. در شکننده وجود ندارد.

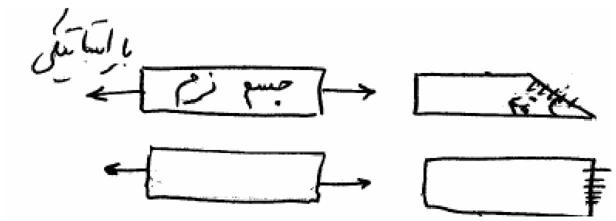
۲ـ در اجسام نرم مقاومت برشی معمولاً نصف مقاومت کششی است.

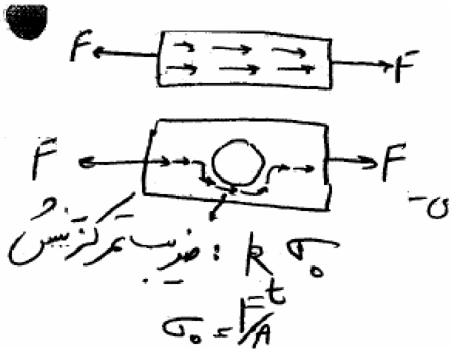
در اجسام نرم مقاومت کششی و فشاری یکسان است.

در جسم شکننده مقاومت کششی تقریباً برابر با مقاومت برشی است.

در جسم شکننده مقاومت فشاری بیش‌تر از مقاومت کششی است.

۳ـ در اجسام شکننده و نرم، تحت بار استاتیکی و نوسانی سطح شکست متقاوت است.





۴ـ (مهم): در اجسام نرم تحت بار استاتیکی ضریب تمرکز تنش، اهمیت ندارد، به خاطر این که با ایجاد منطقه‌ی پلاستیک K_t (ضریب تمرکز تنش) رها می‌شود.

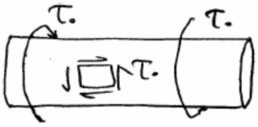
در اجسام نرم تحت بار نوسانی ضریب تمرکز تنش اهمیت دارد.

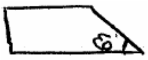
در جسم شکننده، تحت بار استاتیکی، ضریب تمرکز تنش اهمیت دارد.

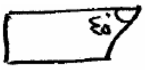
تحت بار نوسانی: گرچه اجسام شکننده مقاومت خستگی پایین دارند ولی در هر حال R_t اهمیت دارد.

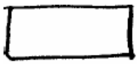
۵ـ اصولاً اجسام شکننده در کشش ضعیف است، اجسام نرم در برش ضعیف است.

مثال: جسم شکننده زیر در کدام صفحه می‌شکند؟

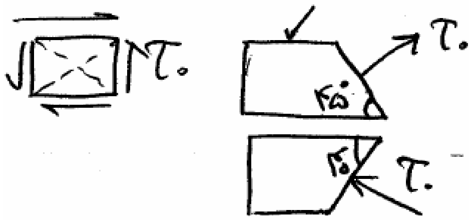


۱) 

۲) 

۳) 

حل: با استفاده از تعادل مانند مثال قبل داریم:



جسم شکننده در کشش ضعیف است در 45° می‌شکند.

اگر جسم نرم باشد در 90° می‌شکند.

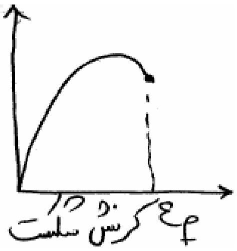
مقاومت حدّ مواد

۱ـ جسم نرم (مانند فولادها) (ductile) .

۲ـ جسم نیمه نرم (مانند آلومینیوم و آلیاژها) (Semi ductile) به غلط در این درس آنرا جسم نرم می‌نامیم.

۳ـ جسم شکننده (مانند چدن و سنگ) (brittle).

۴ـ quasi brittle (مانند چوب، بتن، سنگ گرانیت، سرامیک) یا ماده نرم با خواص شکننده.

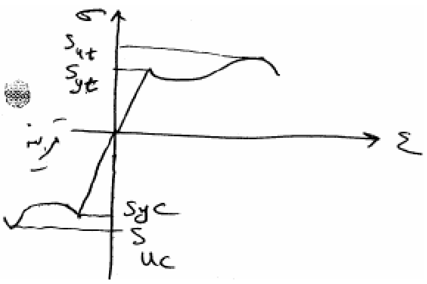


*اگر جسم نرم یا نیمه نرم باشد: $\varepsilon_f \geq 5\%$

*اگر جسم شکننده باشد: $\varepsilon_f < 5\%$

مقاومت‌های حد:

جسم نرم:



S_{yt} = مقاومت تسلیم کششی

S_{yc} = مقاومت تسلیم فشاری

S_{ut} = مقاومت کشش نهایی

S_{uc} = مقاومت فشاری نهایی

در اجسام نرم: $|S_{yt}|=|S_{yc}|$

در اجسام نرم: $|S_{uc}|=|S_{ut}|$

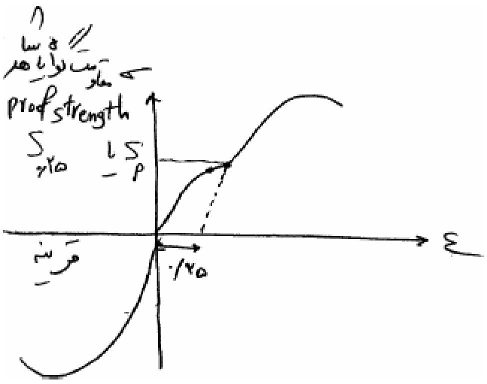
*

لذا در اجسام نرم، مقاومت‌های حد S_y و S_{ut} است.

جسم نیمه نرم

یعنی مقاومت حدّ اجسام نیمه نرم S_p و S_{ut} است که از این به بعد

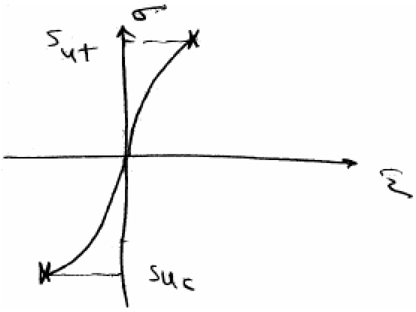
به غلط مقاومت‌های حد را همان S_y و S_{ut} می‌شناسیم.



در اجسام شکننده

$|S_{uc}|>|S_{ut}|$

لذا مقاومت‌های حدّ اجسام شکننده S_{uc} و S_{ut} است.



تذکر مهم: اجسام نرم با خواص شکننده (quasi brittle material) به اجسامی گویند که مقاومت تسلیم کششی و فشاری S_{yt} و S_{yc} یکسان نباشد. این مواد هنگام طراحی از تئوری‌های جسم شکننده استفاده می‌کنند. (مانند تئوری کلمب ـ موهر و تئوری موهر اصلاح شده و تئوری ماکزیمم تنش اصلی) .

تئوری واماندگی استاتیکی اجسام نرم

۱ـ تئوری ماکزیمم تنش اصلی (Rankine's theory)

۲ـ تئوری ماکزیمم تنش برشی (Tresca theory)

۳ـ تئوری انرژی واپیچشی یا اوکتاهدرال (Von mises)

تذکر: اصولاً تئوری رانکین برای اجسام شکننده مناسب است و بهتر است برای اجسام نرم استفاده نشود.

تذکر: تئوری ماکزیمم تنش برشی یا Tresca مطمئن‌ترین تئوری است. لذا در مسایل طراحی، چنانچه صحبتی از نوع تئوری به میان نیامد از تئوری Tresca استفاده شود(default) .

تذکر: در شرایطی که تقارن محوری حاکم است مانند استوانه‌ها و کره تحت فشار یکنواخت از تئوری انرژی واپیچشی یا تنش معادل استفاده شود.

تذکر: در هر حال دقت هر کدام از تئوری‌ها شدیداً به میزان نرمی و شکنندگی ماده وابسته است. اصولاً هر چه شکنندگی بیش‌تر شود، از تئوری ماکزیمم تنش اصلی و هر چه جسم نرم‌تر شود از تئوری ماکزیمم تنش برشی استفاده شود.

فرمول طراحی استاتیکی اجسام نرم

۱ـ تئوری رانکین : فرض $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد.

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1}$$

براساس این تئوری واماندگی یا لغزش روی این صفحه موقعی اتفاق می‌افتد که بزرگترین تنش اصلی به مقاومت تسلیم ماده برسد. یعنی:

$$\sigma_1 = S_y$$

درهر حال اگر $n_s = 1$ ← شروع واماندگی است.

اگر $n_s < 1$ جسم وامانده می‌شود.

اگر $n_s > 1$ جسم وامانده نمی‌شود.

۲-تئوری Tresca

اگر ماکزیمم تنش برشی واقعی به مقاومت تسلیم برشی ماده برسد، واماندگی در این صفحه آغاز می‌شود. یعنی:

$$n_s = \frac{\text{مقاومت حد}}{\text{تنش در صفحه لغزش}}$$

$$n_s = \frac{S_{sy}}{\left(\tau_{max}\right)_{\text{واقعی}}}$$

مثلاً اگر $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ باشد:

$$\left(\tau_{max}\right)_{\text{واقعی}} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}$$

$$n_s = \frac{0.5 S_y}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} = \frac{S_y}{\underbrace{(\sigma_1 - \sigma_3)}_{\text{تفاضل بیرونی و درونی}}}$$

اگر $\sigma_1 > \sigma_3 > \sigma_2$ باشد،

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

۳ـ تئوری انرژی واپیچشی یا (Von Mises)

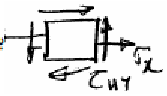
تذکر: در صورت کسر تمام این سه تئوری $\left(S_y\right)$ است و S_{ut} غلط است چون همه‌ی این‌ها براساس لغزش است (جسم نرم) .

$$n_s = \frac{S_y}{\sigma_e}$$

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_x - \sigma_y\right)^2 + \left(\sigma_y - \sigma_z\right)^2 + \left(\sigma_z - \sigma_x\right)^2 + 6\left(\tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{zx}{}^2\right)}$$

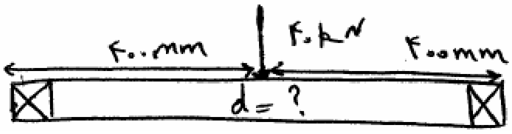
اگر $\sigma_3 = 0$ باشد تنش معادل بر حسب تنش‌های اصلی عبارت است از :

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}$$

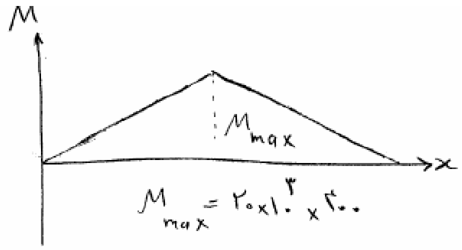
اگر تنش در یک نقطه به صورت  باشد تنش معادل عبارت است از:

$$\sigma_e = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2}$$

مثال: در شفت زیر از ماده‌ای با $S_{ut} = 400\,\text{MPa}$ و $S_{uc} = 600\,\text{MPa}$ قطر براساس ضریب اطمینان 2 چقدر است؟

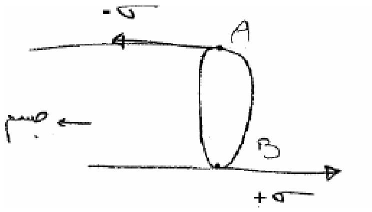


حل : چون در مسئله ذکر نشده از تنش برشی مستقیم صرف نظر می‌شود. با رسم لنگر خمشی، سطح بحرانی در وسط است.



مدول مقطع الاستیک $\sigma = \frac{M}{S}$

$$\sigma = \frac{M_{max}}{\underset{\frac{I}{C}}{\overset{\downarrow}{S}}} = \frac{20\times10^3\times400}{S} = \frac{\text{عدد}}{S}$$

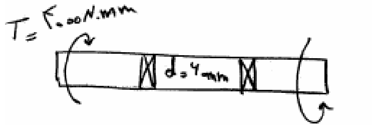


حال نقطه‌ی بحرانی را تعیین می‌کنیم.

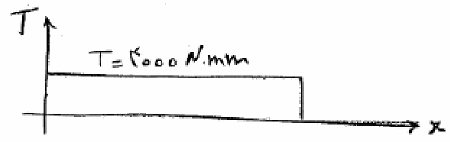
چون جسم شکننده است و جسم شکننده در کشش ضعیف است. نقطه‌ی B بحرانی است.

$$2 = n_s = \frac{S_{ut}}{\sigma} = \frac{S_{ut}}{\frac{\text{عدد}}{S}} \Rightarrow S = \checkmark = \frac{\frac{\pi d^4}{64}}{\frac{d}{2}} \Rightarrow d$$ محاسبه می‌شود

مثال: شافت زیر از فولاد با مقاومت تسلیم کششی $S_y = 400\,\text{MPa}$ است. آیا شافت دچار واماندگی استاتیکی می‌شود یا خیر؟

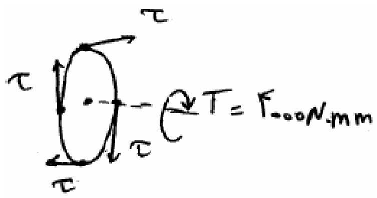


حل :



یعنی هر سطح دلخواه می‌تواند بحرانی محسوب شود.

هر کدام از نقاط می‌توند بحرانی باشد.



یادداشت:

پایان جلسه چهارم