مثال ۷) الگوریتمی بنویسید که اعداد زوج بین 1000 و 2000 را یکی یکی تولید و چاپ نماید . در ضمن مجموع آنها را نیز چاپ کند.

۱- شروع

۲- $I \leftarrow 1000$ و $S \leftarrow 0$

۳- بنویس I و $S \leftarrow S+I$

۴- $I \leftarrow I+2$

۵- اگر I<=2000 سپس برو به ۳ وگرنه S رابنویس

۶-پایان

I	S	چاپ
	0	1000
~~1000~~	~~1000~~	
~~1002~~	3006	1002
~~1004~~	.	1004
.	.	.
.	.	.
	750000	.2000
2002		750000

توضیح : برای فهم این مثال بهتر ، آن را با یک مثال شهودی توضیح می‌دهیم .

فرض کنید یک جعبه محتوی سیب دارید و تعداد سیب‌های درون آن را نمی‌دانید. حال اگر بخواهید تعداد آنها را محاسبه کنید، ابتدا یک سبد خالی در نظرگرفته، سپس یکی یکی سیب ها را از جعبهٔ اصلی بیرون آورده و در جعبهٔ خالی قرار دهید. به‌عنوان مثال وقتی اولین سیب را بیرون می‌آورید ، هنوز محتویات سبد خالی هیچ یا صفر است. سپس وقتی که اولین سیب را درون سبد خالی قرار می‌دهید مانند این است که مقدار صفر (تعداد سیب‌های داخل سبد در ابتدا) را با یک (اولین سیب برداشته شده از جعبه) جمع‌کرده و دوباره در سبد قرار داده‌اید. برای دومی هم وقتی آن را از داخل جعبه بیرون آورده و داخل سبد قرار می‌دهید، مانند این است که یک را با دو جمع کرده (تعداد سیب‌های داخل سبد به اضافهٔ سیب بیرون آورده شده از جعبه) و دوباره داخل سبد قرار داده و این عملیات را برای همهٔ سیبهای داخل جعبه ادامه دهید.

با این روش کلیهٔ سیب‌های داخل جعبه شمرده می‌شوند. به بیان دیگر سبد خالی فقط نقش یک شمارنده را در این مثال شهودی بازی می‌کند و هیچ نقش دیگری ندارد. در تذکر زیر مراحل منطقی این عمل را توضیح می دهیم.

تذکر : هر گاه بخواهیم مجموعی را محاسبه کنیم، ابتدا متغیری را در نظر می‌گیریم که مقدار اولیهٔ آن صفرباشد(مانند S)، سپس تک تک جملاتی را که قرار است در خانهٔ S ذخیره‌شوند را تولید و با مقدار قبلی S جمع و دوباره در خود S ذخیره می‌کنیم و این مراحل را تاپایان تولید جملاتی که قرار است تولید شوند ادامه می‌دهیم.

مثال۸) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید .

$$S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{N}$$

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $S \leftarrow 0$ و $I \leftarrow 1$

۴- $S \leftarrow S + \frac{1}{I}$

N	I	S	چاپ
7	~~1~~	~~0~~	2.29
	~~2~~	~~2.29~~	
	~~3~~	~~1.5~~	
	~~4~~	~~1.84~~	
	~~5~~	~~2.09~~	
	~~6~~	2.29	
	~~7~~		

۳- $S \leftarrow 0$ و $I \leftarrow 1$

۴- $S \leftarrow S + \frac{1}{I}$

۵- $I \leftarrow I+1$

۶- اگر $I <= N$ سپس برو به خط ۴ وگرنه S را بنویس

۷- پایان .

مثال ۹) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی n را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید.

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{n}$$

۱-شروع

۲- n را بگیر

۳- $S \leftarrow 0$ و $I \leftarrow 2$

۴- $S = S + \frac{1}{I}$

۵- $I \leftarrow I+2$

۶- اگر $I <= n$ سپس برو به خط ۴ وگرنه S را بنویس

۷-پایان

n	I	S	چاپ
8	~~2~~	~~0~~	1.045
	~~4~~	~~0.5~~	
	~~6~~	~~0.75~~	
	~~8~~	~~0.94~~	
	10	1.045	

مثال ۱۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی n را دریافت و مجموع زیر را محاسبه و چاپ نماید.

$$P = \frac{1}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^2} + \ldots + \frac{n}{3^n}$$

۱- شروع

۲- n را بگیر

۳- $I \leftarrow 1$ و $P \leftarrow 0$

۴- $p = p + \frac{I}{3^I}$

۵- $I \leftarrow I+1$

۶- اگر $I <= n$ سپس برو به خط ۴ وگرنه p رابنویس

۷-پایان

n	I	S	چاپ
4	~~1~~	~~0~~	0.7160
	~~2~~	~~0.34~~	
	~~3~~	~~0.56~~	
	~~4~~	~~0.67~~	
	5	0.7160	

مثال ۱۱) الگوریتمی بنویسید که ۳ عدد a ، b و c را دریافت و معین کند که با این سه عدد می‌توان یک مثلث ساخت یا خیر ؟

فرض: شرط آنکه سه عدد a و b و c طول اضلاع مثلثی باشند، آنستکه بین a و b و c روابط زیر برقرار باشند

$$\left.\begin{array}{l} a <= b + c \\ b <= a + c \\ c <= a + b \end{array}\right\}$$

۱- شروع

۲- a و b و c را بگیر

۳- اگر a<=b+c بود برو به خط ۴ و گرنه برو به ۷

۴- اگر b<=a+c بود برو به خط ۵ و گرنه برو به ۷

۵- اگر c<=a+b بود برو به خط ۶ و گرنه برو به ۷

۶- بنویس می‌توان یک مثلث ساخت و برو به ۸

۷- بنویس نمی‌توان یک مثلث ساخت

۸- پایان

مثال ۱۲) الگوریتمی بنویسید که سه عدد a ، b و c که طول اضلاع مثلث هستند، را دریافت و معین کند که مثلث قائم الزاویه است یا خیر ؟

یکی از شرایط قائم الزاویه بودن اینست که برای اضلاع a و b و c یکی از سه شرط زیر برقرار باشد .

$$\left\{\begin{array}{l} a^2 = b^2 + c^2 \\ \quad\text{یا} \\ b^2 = a^2 + c^2 \\ \quad\text{یا} \\ c^2 = a^2 + b^2 \end{array}\right.$$

۱- شروع

۲- a و b و c را بگیر

۳- اگر $a^2 = b^2 + c^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۴

۴- اگر $b^2 = a^2 + c^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۵

۵- اگر $c^2 = a^2 + b^2$ بود برو به خط ۶ وگرنه برو به خط ۷

۶- بنویس می‌توان یک مثلث قائم الزاویه ساخت و برو به ۸

۷- بنویس نمی‌توان یک مثلث قائم الزاویه ساخت

۸- پایان.

مثال ۱۳) الگوریتمی بنویسید که ۱۰۰ عدد دلخواه را یکی یکی دریافت و چاپ نماید و درنهایت جمع آن اعداد را نیز چاپ کند.

۱- شروع

۲- $I \leftarrow 1$ و $S \leftarrow 0$

۳- a را بگیر

۴- a را بنویس

۵- $S \leftarrow S + a$

۶- $I \leftarrow I+1$

۷- اگر $I<=100$ بود پس برو به خط ۳

۸- S را بنویس

۹- پایان .

تذکر : در کلیهٔ الگوریتمهایی که روند اجرا را از مرحله ای به مرحله ای دیگر ارجاع داده‌ایم، دراصل یک حلقه ساخته ایم. نکته ای که در مورد این حلقه ها قابل توجه می‌باشد، این است که همواره متغیری در ابتدای الگوریتم وجود دارد که یک مقدار اولیه دارد سپس در حین اجــرا بــه مقـدار آن افـزوده شـده و دوباره درخودش ذخیره می‌شود (البته این عمل در داخــل حقلـه انجـام مـی شـود) و بـا یـک مقـدار مشخص سنجیده می‌شود. اگر شرط درست بود، دوباره حلقه تکرار می‌گرددکه به ایـن گونـه متغـیر هـا **شمارنده** نیز گفته می‌شود.

باید دقت داشت زمانیکه از حلقه خارج می شویم ، همواره مقدار شمارندهٔ حلقــه از مقـداری کـه بـا آن سنجیده شده است، بیشتر است . (اگر شمارنده حالت نزولی داشته باشد مقدار شمارنده از مقداری کـه با آن سنجیده می‌شود ، کمتراست) .

در مورد مثال۱۳، متغیر I نقش شمارندهٔ حلقه را دارد که مقدار اولیهٔ آن یک است و هر بــار در داخـل حلقه یک واحد به آن اضافه شده و با عدد ۱۰۰ مقایسه می‌گردد، زمانیکـه از حلقـه خـارج مـی شـویم، مقدار شمارندهٔ I همواره از عدد ۱۰۰ بزرگتر است یعنی ۱۰۱ می‌باشد .

دربارهٔ هر مسئلهٔ دلخواهی این مقدار بفرم زیر محاسبه می شود :

میزان‌تغییرات‌درداخل‌حلقه + مقدارنهایی‌آن‌درداخل‌حلقه = مقدارنهایی‌شمارنده درخارج ازحلقه

مثال ۱۴) در الگوریتم زیرمعین کنید ، شمارندهٔ حلقه چه متغیری بوده و مقدار نهایی آن در داخل حلقه وخارج حلقه چقدر است ؟

۱- شروع

۲- N←2

۳- I و j و k را بگیر

۴- t ← i + j + k

۵- t را بنویس

۶- N←N+2

۷- اگر N<=6 سپس برو به ۳

۸- پایان

اجرای دستی آن بصورت زیر است .

N	i	j	k	t	چاپ
2	1	2	3	6	6
4	5	7	1	13	13
6	8	0	-1	7	7
8					

دراین مثال N شمارندهٔ حلقه است که سه بـار تکـرار می‌شود و مقدار نهائی آن در داخل حلقه با توجـه بـه جدول فوق، برابر ۶ و خارج از حلقه برابر ۸ است .

$8 = 6 + 2$

مقدار نهایی درخارج از حلقه

میزان تغییرات

مقدار نهایی درداخل حلقه

ازاین قسمت به بعد مثالهای مختلفی را دربارهٔ مسائل مختلف مطرح و سعی می‌کنیم مرحله به مرحله با توضیحات کافی الگوریتم آنها را بنویسیم . **به تواناییهای خود کم بها ندهید و مطمئن باشـید کـه اگـر فقط یکبار از روی هرکدام از الگوریتم‌ها بنویسید و بدرستی آنها را متوجه شوید ، مفهوم الگوریتم و به دنبال آن برنامه سازی را فرا گرفته‌اید .**

مثال ۱۵) الگوریتمی بنویسید که دو عدد A و B را بـه‌عنوان ورودی دریـافت و بزرگـترین و کوچکـترین عدد را محاسبه و چاپ نماید. (اگر A و B مساوی بودند ، دو عدد دیگر را بگیرد).

این مسئله را در دو حالت حل می‌کنیم.

حالت اول : در این قسمت فرض می‌کنیم که هیچوقت دو عدد مساوی نیستند کـه الگوریتـم آن بصـورت زیر می‌شود.

۱- شروع

۲- A و B را بگیر

۳- اگر A>B بود سپس بنویس A بزرگترین عدد و B کوچکترین عدد است و پایان .

۴- B را به عنوان بزرگترین عدد بنویس .

۵- A را به عنوان کوچکترین عدد بنویس .

۶- پایان.

اجرای دستی آن بصورت زیر است .

A	B	چاپ
3	5	۵ بزرگترین و ۳کوچکترین‌عدد

حالت دوم : این قسمت تعمیم یافتهٔ حالت اول است ، با ایــن فـرض کـه قبـل از مقایسـهٔ کوچکـتری یـا بزرگتری A و B ، حالت تساوی آنها مقایسه شود و در صورت برابری ، دو عدد دیگر دریافت شــود ، کـه الگوریتم آن بصورت زیر است.

۱- شروع

۲- A و B را بگیر

۳-اگر A=B سپس برو به خط ۲

۴- اگر A>B بود سپس A را بنویس بزرگترین و B را بنویس کوچکترین عدد و پایان

۵- B را بنویس بزرگترین عدد

۶- A را بنویس کوچکترین عدد

۷-پایان .

اجرای دستی آن بصورت زیر است :

A	B	چاپ
6	6	3 بزرگترین و -1
3	-1	کوچکترین عدد

مثال ۱۶) الگوریتم مثال ۱۵ را برای سه عدد بنویسید به طوریکه فقط بزرگترین را چاپ کند . (فرض بر این است که سه عدد با هم برابر نیستند) .

۱- شروع

۲- A وB و C را بگیر

۳- اگر A>B و A>C سپس A را بنویس و پایان

۴- اگر A>B و C>A سپس C را بنویس و پایان

۵- اگر B>A و B>C سپس B را بنویس و پایان

۶- اگر B>A و C>B سپس C را بنویس و پایان

که اجرای دستی آن بصورت زیر خواهد بود :

A	B	C	چاپ
-5	1	-3	1

A	B	C	چاپ
3	2	6	6

نکته‌ای که دربارهٔ این مثال قابل ذکر است، این است که مـی توانیـم شـرط‌ها را بـا اسـتفاده از عبـارات منطقی (و) ، (یا) ، (نقیض) باهم ترکیب نموده و درســتی یـا نادرسـتی آنهـا را باتوجـه بـه جـدول درستی ترکیب آنها که به صورت زیر است تعیین کنیم .

فرض کنیم A و B دو شرط باشند . جدول ترکیب این شـرط‌ها بـا اپراتورهـای منطقـی (و) و (یـا) و (~) بصورت زیر است .

A	B	A و B (A∧B)	(A∨B) A یا B	نقیض A (~A)	نقیض B (~B)
د	د	د	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د
ن	د	ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

مثال ۱۷) الگوریتمی بنویسید که یک عدد صحیح مثبت را به‌عنوان ورودی دریـافت و معیـن کنـد عـدد زوج یا فرد می‌باشد.

توضیح : اگر عددی بر ۲ تقسیم شود، باقیماندهٔ آن یکی از دوعدد صفر یا یک می‌باشـد. اگـر صفـر بـود عدد زوج است و اگر یک بود عدد فرد است.

۱- شروع

۲- عدد N رابگیر

۳- R←N-2×[N/2]

۴- اگر R=0 سپس بنویس N زوج است و پایان

۵- بنویس N فرد است

۶- پایان .

که می‌توان آنرا به‌فرم زیر با دوشرط نوشت :

۱- شروع

۲- عدد N رابگیر

۳- R←N-2×[N/2]

۴- اگر R=0 سپس بنویس N زوج است و پایان

۵- اگر R=1 سپس بنویس N فرد است

۶- پایان .

که اجرای دستی آن به شکل مقابل خواهد بود :

N	R	چاپ
6	0	۶ زوج است

N	R	چاپ
13	1	۱۳ فرد است

مثال ۱۸) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و مجموعهٔ مقسوم علیه‌های آن و همچنیـن ، تعداد آنها و نیز مجموع آنها را محاسبه و چاپ نماید .

توضیح : فرض کنیم N عددی طبیعی باشد، مقسوم علیه‌های N ، اعداد صحیح کوچکتر از N هستند که اگر N به هر کدام از آنها تقسیم شود باقیمانده مساوی با صفر می‌شود. برای مثال عدد ۱۲ را در نظر بگیریم که مقسوم علیه های آن ۱،۲،۳،۴، ۶ و۱۲ هستند.

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $I \leftarrow 1$

۴- $R \leftarrow N-I\times[N/I]$

۵- اگر $R=0$ سپس I را بنویس

۶- $I \leftarrow I+1$

۷- اگر $I<=N$ سپس برو به خط ۴

۸- پایان

توضیح : با توجه به تعریف مقسوم علیه یک عدد ، باید عدد N را که ورودی است به ترتیب به اعداد از 1 تا N (1,2,3,...,N) تقسیم کنیم و هر بار که باقیمانده مساوی صفر شد ، مقسوم علیه تقسیم را بنویسیم که در این صورت احتیاج به N عمل تقسیم داریم. برای اجتناب از چنین کاری متغیری را مانند I مساوی بایک در نظر می‌گیریم و بجای آنکه عددN را بر 1 تقسیم کنیم، آن را بر I تقسیم می‌نمائیم و مقدار I را در داخل یک حلقه یکی یکی اضافه می‌کنیم تا مقدار آن به N برسد. به بیان دیگر عمل تقسیم را N بار با N عدد مختلف انجام می‌دهیم و هرکجا که باقیمانده صفر شد، مقسوم‌علیه تقسیم را که I نقش آن را دارد می‌نویسیم.

الگوریتم بالا فقط مقسوم علیه‌ها را حساب می‌کند برای محاسبهٔ مجموع آنها خانه‌ای مانند S را مساوی صفر در نظر گرفته و هر بار که یک مقسوم‌علیه را تولید کرده و می‌نویسیم آنرا با S جمع می‌کنیم و برای تعداد، W‌ای را مساوی صفر قرارداده و هر بار که یک مقسوم‌علیه را می‌نویسیم یکی به W اضافه می‌کنیم و در آخر S و W را چاپ می‌کنیم.

الگوریتم کامل مسئله بصورت زیر است :

۱- شروع

۲-N را بگیر

۳- $S \leftarrow 0$

۴- $W \leftarrow 0$

۵- $I \leftarrow 1$

۶- $R \leftarrow N - I \times [N/I]$

۷- اگر $R=0$ سپس I را بنویس و $W \leftarrow W+1$ و $S \leftarrow S+I$

۸- $I \leftarrow I+1$

N	I	R	S	W	چاپ
6	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~0~~	
			~~1~~	~~1~~	1
	~~2~~	~~0~~	~~3~~	~~2~~	2
	~~3~~	~~0~~	~~6~~	~~3~~	3
	~~4~~	~~2~~			
	~~5~~	~~1~~			
	~~6~~	0	10	4	6
	7				10
					4

۹- اگر I<=N سپس برو به خط ۶

۱۰- S و W را بنویس

۱۱- پایان .

درقسمت مربوط به چگونگی حل مسئله ذکر شد که بهترین راه حل برای یک مسئله راه حلی است که ساده و قابل فهم و در عین حال کوتاه نیز باشد ، در مورد الگوریتم نیز باید بگوئیم که یک الگوریتم زمانی بهترین حالت را دارد که :

ساده و قابل فهم باشد .

روان باشد .

کوتاه باشد .

همچنین از عملیاتی که وقت زیادی گرفته و در عین حال زائد هستند، استفاده نشده باشد. در مورد الگوریتم مثال ۱۸ می‌دانیم که برای هر عددی یک و خود عدد، مقسوم علیه‌های آن هستند، پس عمل محاسبهٔ مقسوم علیه برای 1 و N اضافه و زائد است یعنی می‌توان از ۲ شروع کرد و تا N-1 پیش‌رفت ، حتی قویتر از آن می‌توان گفت که کافیست از ۲ تا نصف عدد پیش برویم چرا که قضیه زیر بیان این موضوع است که ازنصف عدد تا خود عدد (منظورکوچکتر ازخود عدد) هیچ مقسوم‌علیه‌ای برای عدد وجود ندارد.

قضیه : فرض کنیم N عددی طبیعی باشد ،آنگاه بین $\frac{N}{2}$ و N هیچ مقسوم‌علیه‌ای برای عدد N وجود ندارد.

اثبات : (به‌روش برهان خلف) فرض‌کنیم چنین عددی بین $\frac{N}{2}$ و N که مقسوم علیه نیز باشد وجود داشته باشد، پس داریم: :

$\exists$ نماد وجودداشتن

$\ni$ نماد به طوری‌که

$\in$ نماد تعلق داشتن

$$\exists q \in Z \ni \frac{N}{2} < q < N \quad (1)$$

چون q یک مقسوم علیه است پس

$$\Rightarrow \exists a \in Z \ni a.q = N \quad (2)$$

$$\Rightarrow q = \frac{N}{a} \quad (3)$$

اگر در رابطه (۱) به جای q مقدار مساوی آنرا از رابطهٔ (۳) قرار دهیم داریم :

$$\frac{N}{2} < q < N \qquad (4)$$

$$\frac{N}{2} < \frac{N}{a} < N \qquad (5)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{N} > \frac{a}{N} > \frac{1}{N} \text{ یا } \frac{1}{N} < \frac{a}{N} < \frac{2}{N} \qquad (6)$$

$$\Rightarrow 2 > a > 1 \qquad \text{ یا } \quad 1 < a < 2 \qquad (7)$$

که خلاف فرض است چرا که بیـن ۱و۲ هیـچ عدد صحیحی وجود ندارد.

پس الگوریتم مثال ۱۸را می‌توانیـم در حـالت بهینه بصورت زیر بنویسیم :

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- 1 را بنویس

۴- $S \leftarrow N+1$ و $W \leftarrow 2$

۵- $I \leftarrow 2$

۶- $R \leftarrow N - I \times [N/I]$

۷- اگر $R=0$ سپس I را بنویس و $S \leftarrow S+I$ و $W \leftarrow W+1$

۸- $I \leftarrow I+1$

۹- اگر $I <= \frac{N}{2}$ سپس برو به ۶

۱۰- N را بنویس

۱۱- S وW را بنویس

۱۲- پایان.

چون یک و خود عدد را برای محاسبه مقسوم علیه در نظر نمی گیریم لذا از ابتدا مقـدار S را N+1 و W را ۲ در نظر گرفتیم.

N	I	R	S	W	چاپ
12	~~2~~	~~0~~	~~15~~	~~3~~	1
	~~3~~	~~0~~	~~18~~	~~4~~	
	~~4~~	~~2~~	~~32~~	~~5~~	
	~~5~~	~~0~~			
	~~6~~				
	~~7~~		~~28~~	6	

تعداد 6 مجموع 28

تذکر: اگر بخواهیم مقسوم علیه های زوج یک عدد راحساب کنیم از۲ شروع می کنیم و دوتا دوتا پیـش می‌رویم و اگر مقسوم علیه های فرد را بخواهیم، از یک شروع کرده و باز دو تا دو تا پیش می‌رویم و بـه طور کلی اگر مقسوم علیه های مضربK عدد طبیعی N را (K<N) بخواهیم محاسـبه کنیـم از K شـروع می کنیم و K تا K تا پیش می‌رویم.

مثال۱۹) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و معین کند این عدد تام است یا نه ؟

توضیح : عددطبیعی N را ***تام*** یا ***کامل*** می‌گوئیم هرگاه مجموع مقسوم علیه های کوچکتر از عدد N ، با خود عدد N برابر شود مانند:

مجموع مقسوم علیه های عدد 6 ={1, 2, 3, 6 }

مجموعه مقسوم علیه های کوچکتراز6 عدد 6 = {1, 2 , 3 }

که مجموع انها 6 = 3+2+1 است که با خود عدد برابر است لذا عدد 6 تام است.

۱-شروع

۲-N رابگیر

۳-$S \leftarrow 0$

۴-$I \leftarrow 1$

۵- $R \leftarrow N - I \times [\frac{N}{I}]$

۶- اگر R=0 پس $S \leftarrow S+I$

۷-$I \leftarrow I+1$

۸-اگر $I <= \frac{N}{2}$ پس برو به ۵

۹- اگر S = N سپس بنویس عدد N تام است و پایان

۱۰- بنویس عدد N تام نیست.

۱۱- پایان

N	I	R	S	چاپ
14	~~1~~	~~0~~	~~0~~	عدد 14
			~~1~~	
	~~2~~	~~0~~	~~3~~	تام نیست
	~~3~~	~~2~~	~~0~~	
	~~4~~	~~2~~		
	~~5~~	~~2~~		
	~~6~~	~~2~~		
	7	0	10	
	8			

توضیح : در خط ۸ می‌توانستیم به جای $I <= \frac{N}{2}$ بنویسیم $I <= N-1$ که این شرط هم درست است . اما زمان اجرای آنرا طولانی‌تر می‌کند.

مثال ۲۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را به‌عنوان ورودی گرفته و معین کند اول است یا نه ؟

تعریف عدد اول : عدد طبیعی N را اول گوئیم هرگاه به جز یک و خودش هیچ مقسوم‌علیه دیگری نداشته باشد.

مانند عدد ۱۳ که بجز ۱و۱۳ مقسوم‌علیه دیگری ندارد. با توجه به تعریف بالا هرگاه عددی بر یکی از اعداد بین یک و خودش بخش پذیر باشد، دیگر اول نیست و اگر به تمامی آنها تقسیم شده و با قیمانده در هیچ کجا صفرنشود (یعنی فقط بر یک و خودش بخش پذیرباشد) اول است.

مثلا برای عدد ۱۵ داریم :

۱ | ، ۲ ، ۳ ، ۴ ، ۵ ، ۶ ، . . . ، ۱۳ ، ۱۴ ، | ۱۵

برای این که ببینیم اول نیست باید ۱۵ را بر یکی از اعداد ۲ ، ۳ ، ۴ ، ... ، ۱۴ بخش پذیر باشد که ۱۵ بر ۳ بخش پذیر است پس اول نیست و دیگر عمل تقسیم را ادامه نمی دهیم.

اما برای عدد ۵ داریم :

۵، $\boxed{۴، ۳، ۲}$، ۱

می‌بینید که عدد ۵ بر ۲ بخش پذیر نیست، بر عدد بعدی یعنی ۳ نیز بخش پذیر نیست و همین طور به ۴ هم بخش‌پذیرنیست، لذا ۵ اول است.

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- $I \leftarrow 2$

۴- $R \leftarrow N - I \times [\frac{N}{I}]$

۵- اگر $R = 0$ سپس بنویس N اول نیست و پایان

۶- $I \leftarrow I + 1$

۷- اگر $I < N$ سپس برو به ۴

۸- بنویس عدد N اول است .

۹- پایان.

N	I	R	چاپ
11	$\cancel{2}$	1	عدد ۱۱ اول است
	3	2	
	4	.	
	.	.	
	.	.	
	.	.	
	10	1	
	11		

N	I	R	چاپ
6	2	0	۶ عدد اول نیست

توضیح : این الگوریتم فقط برای محاسبهٔ اول بودن یا نبودن اعداد بزرگتر از ۲ درست عمل می‌کند.

روشهای متنوع دیگری برای محاسبهٔ اعداد اول وجود دارد که در فصل مربوط به فلوچارت به‌طور مفصل آنها را مطرح خواهیم کرد .

مثال ۲۰) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و فاکتور یل آنرا محاسبه کند.

فرض کنید که N یک عدد طبیعی باشد ، فاکتوریل N را با نماد N! نمایش داده و مقدار آن طبق روابط زیر بدست می‌آید.

$$N! = \begin{cases} 1 & \text{اگر } N = 0 \\ 1 & \text{اگر } N = 1 \\ N \times (N-1) \times (N-2) \times \ldots \times (3) \times (2) \times (1) & \text{اگر } N \neq 0,1 \end{cases}$$

برای مثال :

1) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$
2) $1! = 1$
3) $0! = 1$

این تعریف فاکتوریل فقط برای اعداد طبیعی وصفر درست است و برای اعداد اعشاری و منفی بطریق دیگری تعریف می‌شود که از حوصلهٔ این کتاب خارج است .

در این مثال باید حاصلضرب چند عدد متوالی را پیداکرده و مانند محاسبهٔ مجموع که خانه‌ای را صفر در نظرگرفته ومقادیر را با آن جمع‌کردید، خانه ای را برابر یک در نظر گرفته و اعداد را یکی یکی تولید و در آن خانه ضرب کنید و به دلیل اینکه با ضرب شدن اعداد متوالی مقادیر قبلی از بین نرود مقدار آن

را در ابتدا یک در نظر بگیرید (چرا که اگر صفر بود هر عددی که ضرب می‌شد حاصل را صفر می‌کرد).

۱- شروع
۲- N را بگیر
۳- P←1
۴- I←1
۵- P←P×I
۶- I←I+1
۷-اگر I<=N سپس برو به ۵
۸- P را بنویس
۹- پایان .

N	P	I	چاپ
6	~~1~~	~~1~~	
	~~1×1=1~~		
	~~1×2=2~~	~~2~~	
	~~1×2×3=6~~	~~3~~	
	~~1×2×3×4=24~~	~~4~~	
	~~1×2×3×4×5=120~~	~~5~~	
	~~1×2×3×4×5×6=720~~	~~6~~	720
		7	

تذکر : درکلیهٔ مثالهای قبل به نوعی از حلقه استفاده شده است. با توجه به نوع مسئله می‌توان از چند حلقه استفاده کرد بفرمی که هر حلقه به طور کامل داخل حلقهٔ دیگری قرار گرفته باشد.

مثال ۲۱) الگوریتمی بنویسید که عدد طبیعی N را دریافت و حاصل جمع زیر را محاسبه و چاپ نماید .

S = 1!+2! +3! +...+ N!

برای حل ، حلقه ای با یک شمارنده برای جمع‌کردن و حلقهٔ دیگری برای محاسبهٔ فاکتوریل تک تک جملاتی که قرار است تولید و با هم جمع شوند، در نظر بگیرید.

۱- شروع
۲- N را بگیر
۳- S←0
۴- t←1
۵- P←1
۶- I←1
۷- P←P×I
۸-I←I+1
۹- اگر I <= t سپس برو به ۷
۱۰- S ←S+P
۱۱- t ←t+1
۱۲- اگر t <= N سپس برو به ۵
۱۳- S را بنویس
۱۴- پایان .

N	S	t	P	I	چاپ
3	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	
	~~1~~		~~1~~	~~2~~	
		~~2~~	~~1~~	~~1~~	
			~~1~~	~~2~~	
	~~3~~		~~2~~	~~3~~	
		~~3~~	~~1~~	~~1~~	
			~~1~~	~~2~~	
			~~2~~	~~3~~	
	9		6	4	
		4			
					9

این فرم حلقه ها را حلقه های تودرتو می‌گویند که در حل مسائل متنوع، کاربرد دارد و بعد از آشنائی با فلوچارت مجدداً آنها را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

مثال ۲۲) الگوریتمی بنویسید که کلیهٔ مقسوم علیه های اعداد بین ۲ تا ۵۰۰ را برای هر کدام، بـه طـور جداگانه چاپ نماید .

این مثال نیز مانند مثال ۱۸ می‌باشد با این تفاوت که مثال ۱۸ برای یک عدد عمل می‌کند. برای اینکـه تمامی مقسوم علیه‌های اعداد بین ۲ و ۵۰۰ را محاسبه کنید بایستی یک حلقهٔ دیگـر اضافـه کنیـد کـه شمارندهٔ آن از ۲ تا ۵۰۰ تغییر کند و محاسبهٔ مقسوم‌علیه‌ها در داخل این حلقه صورت بگیرد.

۱- شروع

۲- $t \leftarrow 2$

۳- t را بنویس

۴- $I \leftarrow 1$

۵- $R \leftarrow t - I \times \left[\frac{t}{I}\right]$

۶- اگر $R = 0$ سپس I را بنویس

۷- $I \leftarrow I+1$

۸- اگر $I <= t$ سپس برو به ۵

۹- $t \leftarrow t+1$

۱۰- اگر $t <= 500$ سپس برو به ۳

۱۱- پایان .

مثال ۲۳) فرض کنید در روز R ام از ماه شمارهٔ M هستیم. الگوریتمـی بنویسـید کـه R و M را سـوال و معین کند در چندمین روز سال هستیم (R و M اعداد صحیح هستند).

۱- شروع

۲- R و M را بگیر

۳- اگر $M <= 6$ سپس برو به خط ۴ و گرنه برو به خط ۶

۴- $N \leftarrow (M-1) \times 31 + R$

۵- N را بنویس و پایان

۶- اگر $M < 11$ سپس برو به خط ۷ و گرنه برو به خط ۹

۷- $N \leftarrow 186 + (M-6) \times 30 + R$

۸- N را بنویس و پایان

۹- $N \leftarrow 336 + R$

۱۰- N را بنویس

۱۱- پایان.

			چاپ	
			70	بار اول اجرا برای ۴و ۳
			257	بار دوم اجرا برای ۸ و ۱۱
12	6	342	342	بار سوم اجرا برای۶ و۱۲

مثال ۲۴) الگوریتمی بنویسید که عدد صحیح زوج و مثبت N را به‌عنوان ورودی دریافت و مجموع زیر را محاسبه کند.

$$S = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \ldots + \frac{N-1}{N}$$

توضیح : در این مثال جملات یک در میان مثبت و منفی می‌شوند. برای تولید اینگونه از جملات ضریبی مانند K را یک در نظر گرفته و در جملهٔ اول ضرب کنید (اگر جملهٔ اول منفی بود منهای یک در نظر بگیرید) و هر بار که جملهٔ بعدی را تولید می‌کنید، قبل از آن مقدار ضریب رادر منفی یک ضرب کنید، (اگر یک باشد منهای یک می شود و برعکس). بدین ترتیب به طور متناوب ضریب جملات یک و منهای یک شده و جملات را تولید می‌کنند همچنین علامت جملهٔ آخر را مثبت قرار دهید، زیرا N زوج و (N-1) فرد است همچنین ملاحظه می‌کنید که در این عبارت جملاتی که صورت فرد دارند ضریبشان برابر یک است.

باتوجه به توضیحات فوق الگوریتم آن به‌صورت زیر نوشته می‌شود :

۱- شروع

۲- N را بگیر

۳- اگر $\frac{N}{2} \neq [\frac{N}{2}]$ سپس برو به ۲

۴- $S \leftarrow 0$

۵- $I \leftarrow 1$

۶- $K \leftarrow 1$

۷- $S \leftarrow S + K \times \frac{I}{(I+1)}$

۸- $I \leftarrow I+1$

۹- اگر $I <= N$ سپس $K \leftarrow -K$ و برو به خط ۷

۱۰- S را بنویس

۱۱- پایان .

N	S	I	K	چاپ
5	~~0~~	~~1~~	~~1~~	-0.21
	~~0.5~~	~~2~~	~~-1~~	
	~~-0.16~~	~~3~~	~~1~~	
	~~0.59~~	~~4~~	~~-1~~	
	-0.21	~~5~~	1	
		6		