مدار منطقی

فصل دوم
گیت های منطقی، جبر بول و توابع بولی

By: A.Abbaszadeh

منطق دودوی(باینری)

- منطق دودویی شامل متغیرهای دودویی و عملیات منطقی بین آنهاست
- متغیرهای دودویی فقط می توانند یکی از دو مقدار یک یا صفر را داشته باشند.
- عملیات منطقی عبارتند از ***AND*** ،***OR*** و ***NOT***
- عمل ***AND*** به وسیله یک "."یا بدون ذکر هر عملگری نمایش داده می شود. بطور مثال $z=x.y$ یا $z=xy$ و خوانده می شود ***z*** مساوی ***x AND y***
- نتیجه عمل ***AND*** زمانی یک است که هر دو متغیر یک باشند و در غیر این صورت نتیجه صفر است.
- عمل ***OR*** بوسیله "+" نمایش داده می شود. بطور مثال $z=x+y$ و خوانده می شود Z مساوی X ***OR y***
- نتیجه عمل ***OR*** زمانی یک است که حداقل یکی از دو متغیر یک باشند و اگر هر دو متغیر صفر باشند نتیجه صفر می شود.
- عمل ***NOT*** با یک علامت پریم نشان داده می شود (و گاهی با یک خط بار) بطور مثال $z=x'$ خوانده می شود Z مساوی ***NOT x***اگر ***x*** یک باشد نتیجه صفر می شود و اگر ***x*** صفر باشد نتیجه یک می شود.

منطق دودوی(باینری)

AND

x	y	x. y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR

x	y	x + y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

NOT

x	x'
0	1
1	0

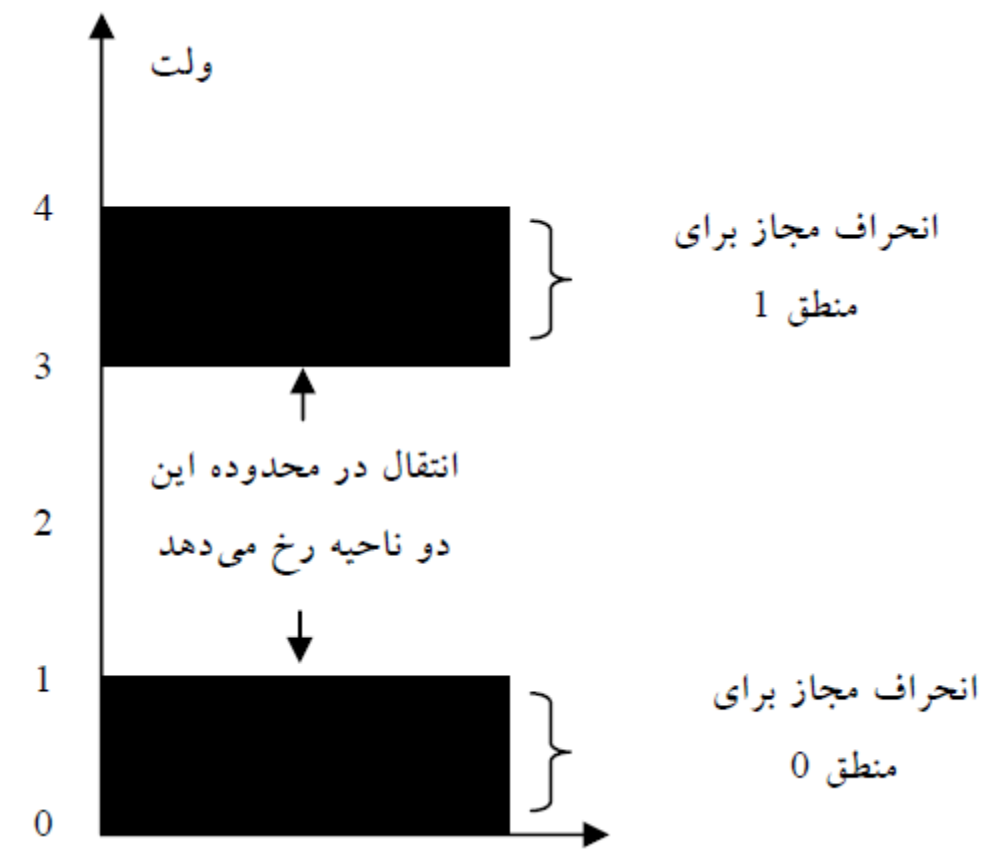
جدول درستی عملیات منطقی

By: A.Abbaszadeh

گیتهای منطقی

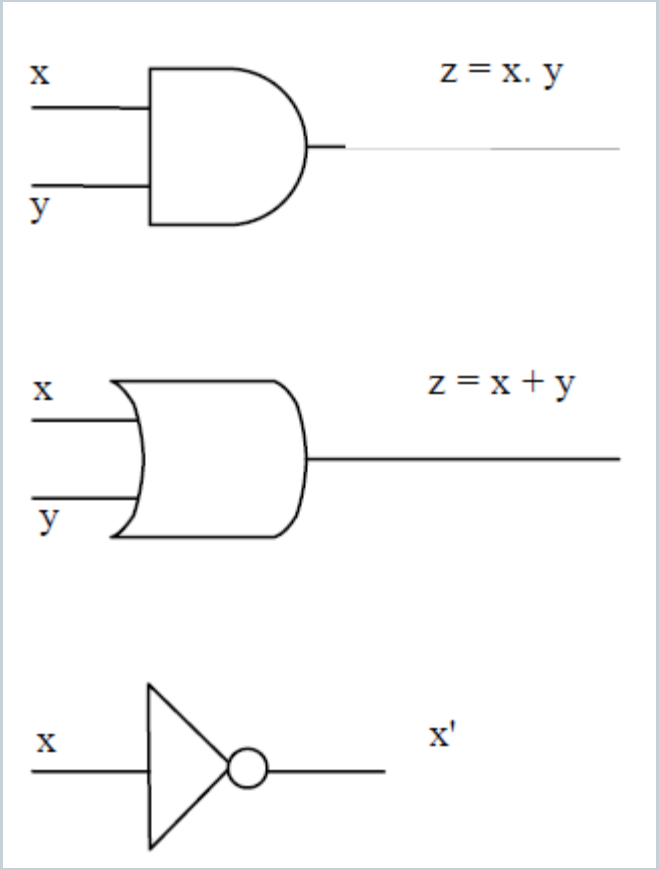
- گیت های منطقی، مدارهایی الکترونیک هستند که روی یک یا چند سیگنال ورودی عمل می کنند تا یک سیگنال خروجی تولید نمایند.
- ولتاژهای ورودی و خروجی تنها دو مقدار را می توانند انتخاب می کنند
- ولتاژ بالا نشانگر ۱ منطقی و ولتاژ پایین نشانگر صفر منطقی می باشد.
- پایانه های ورودی مدارهای دیجیتال سیگنالهای دودویی را در محدوده مجازی می پذیرند و در پایانه های خروجی در محدوده مجازی پاسخ می دهند. ناحیه میانی بین دو ناحیه مجاز، تنها هنگام گذر از یک حالت به حالت دیگر قطع می شود.
- هر اطلاعات محاسباتی یا کنترلی مورد نظر را می توان با عبور سیگنال هایی دودویی از میان ترکیباتی از گیت ها مورد استفاده قرار داد، که هر سیگنال بیانگر یک متغیر دودویی بوده و یک بیت از اطلاعات را حمل می کند.

گیتهای منطقی



محدوده انتقال صفر و یک منطقی

گیتهای منطقی



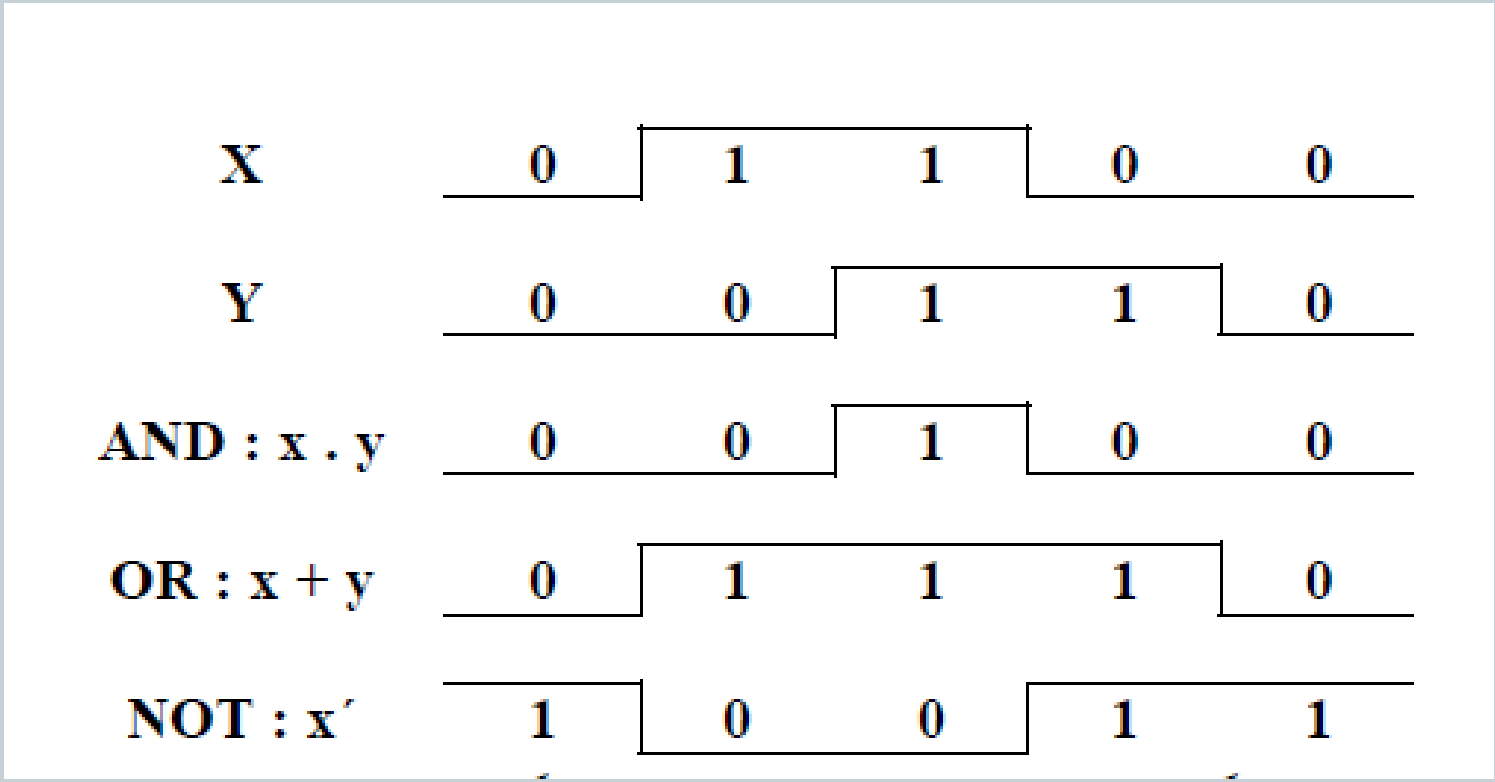
گیت *AND*

گیت *OR*

گیت *NOT*

By: A.Abbaszadeh

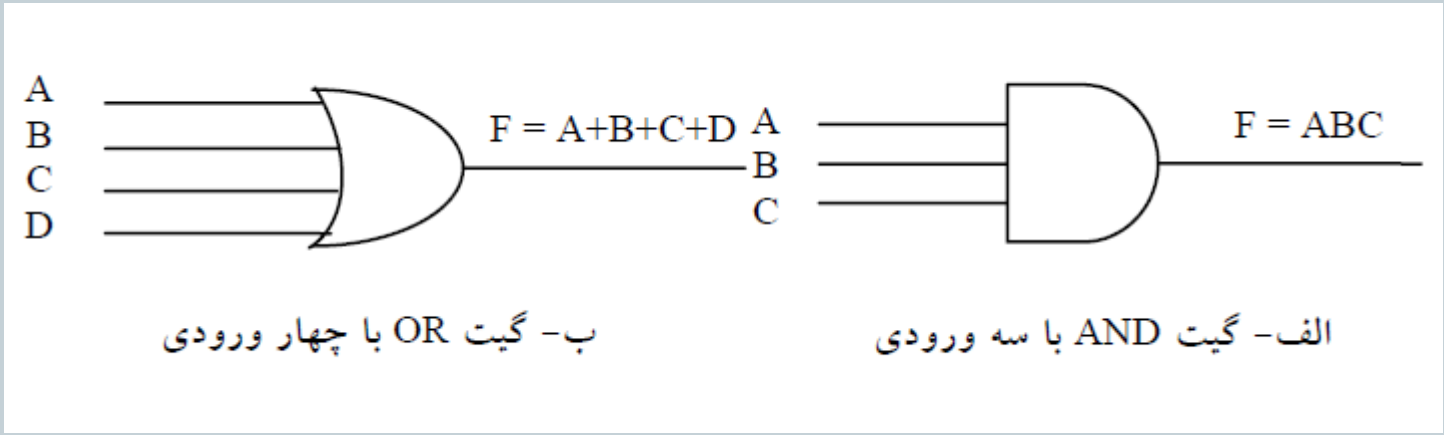
گیتهای منطقی



سیگنالهای ورودی و خروجی گیتهای منطقی

گیتهای منطقی

- گیتهای منطقی *AND* و *OR* می توانند بیش از دو ورودی نیز داشته باشند
- گیت *NOT* فقط یک ورودی دارد.



ب- گیت OR با چهار ورودی

الف- گیت AND با سه ورودی

جبر بول

- اعمال اصلی در جبر بول *or،and* و *not* می باشند.
- تئوریهای جبر بول

۱- $x.x=x$ $x+x=x$

۲- $x+1=1$ $x.0=0$

۳- $(x')'=x$

۴- $(x+y)+z=x+(y+z)$ $(x.y).z=x.(y.z)$

۵- $(xy)'=x'+y'$ $(x+y)'=x'y'$ *نئوری دموگان*

۶- $x(x+y)=x$ $x+xy=x$

۷- اصل دوگانگی : هر عبارت جبری منتج از اصول جبر بول با تعویض عملگرها و شناسه ها باز هم معتبر باقی می ماند.

جبر بول

- تقدم عملگرها

۱- پرانتز

۲- *not*

۳- *and*

۴- *or*

توابع بولی

- یک تابع بولی به وسیله یک عبارت جبری متشکل از متغیرهای دودویی، ثابت های ۰ یا ۱ و سمبل های عملیاتی منطقی تشکیل شده است.
- برای مقدار مفروضی از متغیرهای دودویی، تابع می تواند ۱ یا ۰ باشد.
- یک تابع بول رابطه ای منطقی را بین متغیرها بیان می کند. این تابع با تعیین مقدار دودویی عبارت بر حسب همه مقادیر ممکن متغیرها ارزیابی می شود.
- جدول درستی لیستی از ۱ها و ۰ ها است که به متغیرهای دودویی تخصیص می یابد، و ستونی که مقدار نتایج را برای هر ترکیب نشان می دهد.
- تعداد سطر ها در جدول درستی 2^n (n تعداد متغیرها) می باشد.
- ترکیبات دودویی برای جدول درستی از شمارش اعداد دودویی و از ۰ تا 2^n-1 بدست می آید.
- یک تابع بول را می توان از یک عبارت جبری به یک نمودار مداری متشکل از گیت های منطقی تبدیل کرد.

توابع بولی

$F_1 = x + y'z$

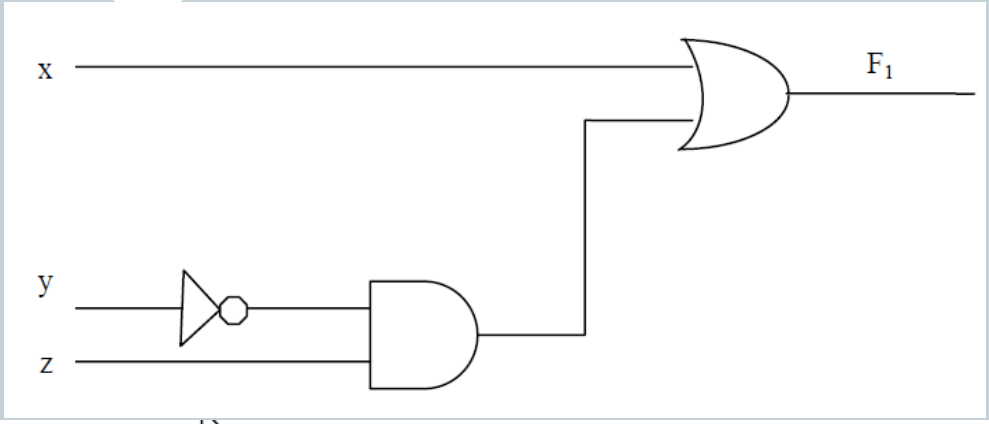
$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$

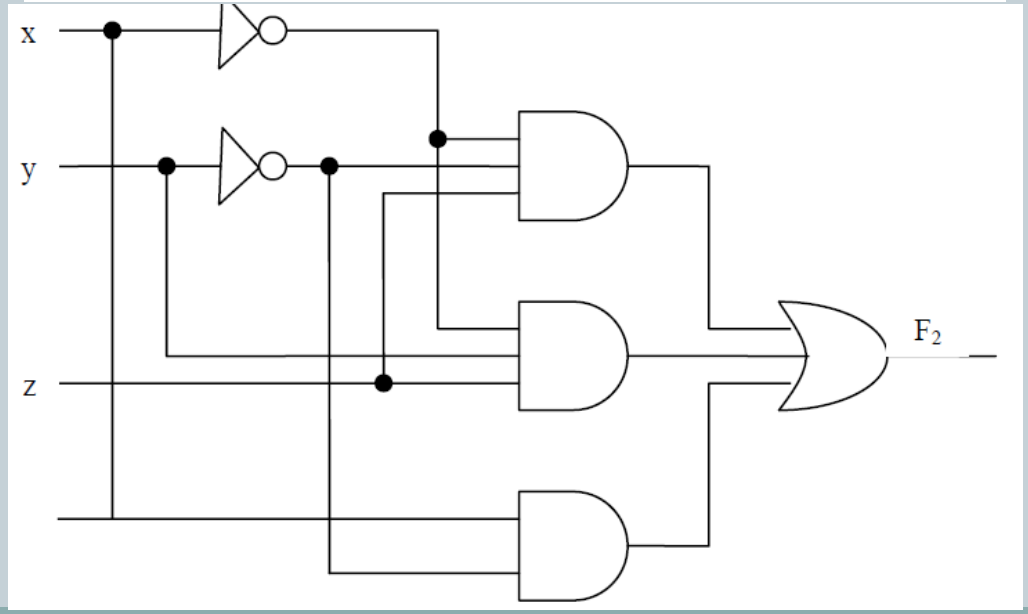
x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

توابع بولی

$F_1 = x + y'z$

$F_2 = x'y'z + x'yz + xy'$





متمم یک تابع

- متمم تابع F برابر ‘ F می باشد و با تعویض صفرها با یکها و یکها با صفرها در مقدار F بدست می آید.
- متمم یک تابع را می توان به صورت جبری از تئوری دمورگان نیز به دست آورد.
- فرم عمومی تئوری دمورگان

$$(A+B+C+D+\dots)'=A'B'C'D'\dots$$

$$(ABCD\dots)'=A'+B'+C'+D'+\dots$$

- این تئوری بیان می دارد که متمم یک تابع با تعویض عملگرهای AND و OR متمم کردن هر لیترال حاصل می شود.

متمم یک تابع

- متمم توابع $F1 = x'yz' + x'y'z$ و $F2 = x(y'z' + yz)$ را بدست آورید.

$$F'1 = (x'yz' + x'y'z)'$$
$$= (x'yz')'(x'y'z)'$$
$$= (x + y' + z)(x + y + z')$$

$$F'2 = [x(y'z' + yz)]'$$
$$= x' + (y'z' + yz)'$$
$$= x' + (y'z')'(yz)'$$
$$= x' + (y + z)(y' + z')$$
$$= x' + yy' + yz' + zy' + zz'$$
$$= x' + yz' + zy'$$

متمم یک تابع

- روال ساده تر این است که دوگان تابع را بدست آورده متمم تمامی عناصر را جایگذاری کنید.

$F1=x'yz'+x'y'z'$

دوگان $F1=(x'+y+z')(x'+y'+z')$

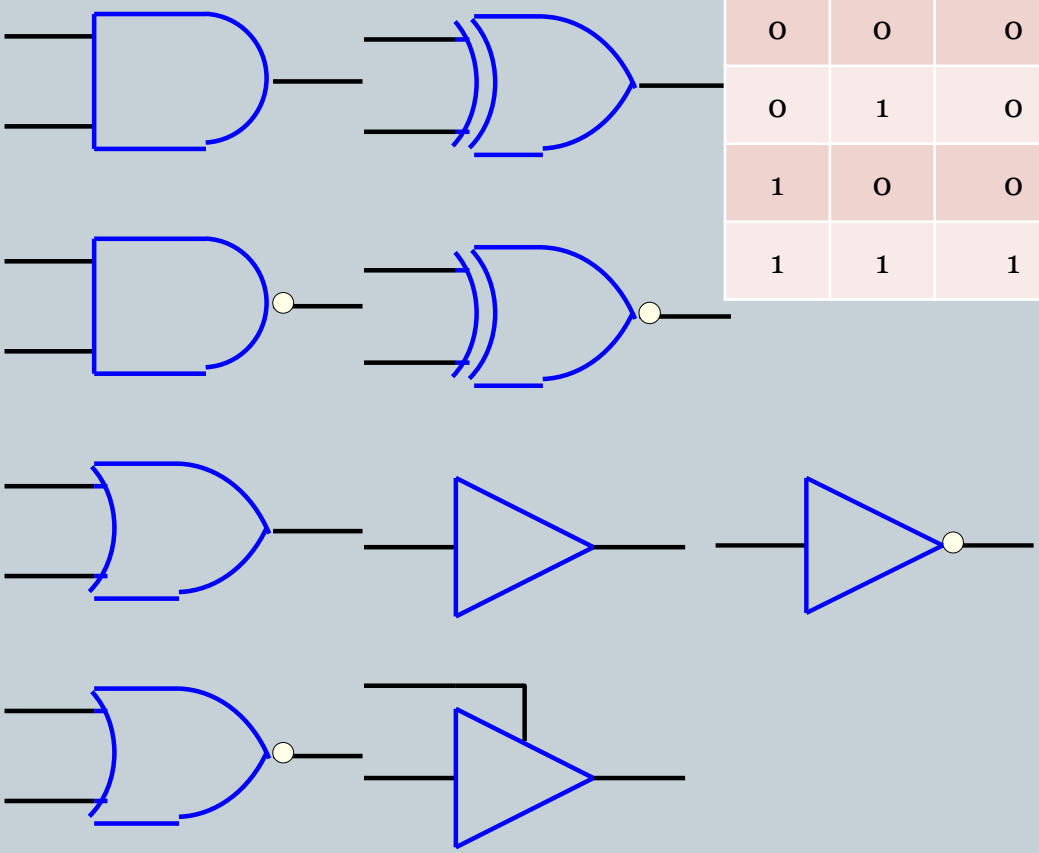
$F1'=(x+y'+z)(x+y+z)$

$F2= x(y z'+yz)$

دوگان $F2=x+(y+z')(y+z)$

$F2'=x'+(y'+z)(y'+z')$

سایر گیتهای منطقی



x	y	AND x.y	NAND (x.y)'	OR x+y	NOR (x+y)'	XOR xy'+x'y	XNOR xy+x'y'
0	0	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	0	0	1

x	Buffer	NOT
0	0	1
1	1	0

x	EN	TRI
۰ یا ۱	0	Z
1	1	1
0	1	0

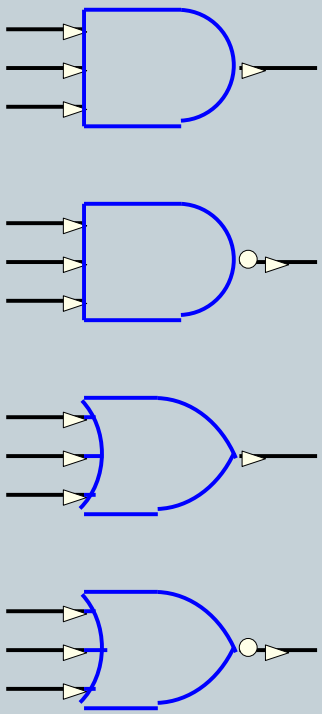
By: A.Abbaszadeh

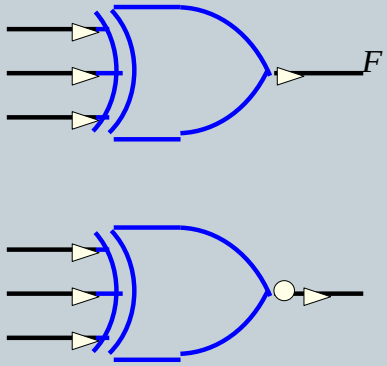
سایر گیتهای منطقی

تابع ROX	$x \oplus y = xy' + x'y$
تابع $RONX$	$x \Theta y = xy + x'y'$

کدهای دودویی

- تعداد ورودیهای همه گیتها غیر از گیت *NOT* و بافر قابل افزایش است.





منطق مثبت و منفی

- سیگنال دودویی در ورودی ها یا خروجی هر گیت یکی از دو مقدار را دارد. یک مقدار سیگنال، منطق ۱ و دیگری منطق ۰ را نمایش می دهد.
- چون دو مقدار سیگنال متعلق به دو ارزش منطقی است، لذا دو انتساب متفاوت برای دو ارزش منطقی می توان اختیار کرد.